# UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## PEDRO HENRIQUE BEZERRA CAVALCANTI FILHO

# FSS FRACTAL BASEADA NA GEOMETRIA CURVA DE SIERPINSKI PARA APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE RADAR

Recife 2018

#### PEDRO HENRIQUE BEZERRA CAVALCANTI FILHO

## FSS FRACTAL BASEADA NA GEOMETRIA CURVA-DE SIERPINSKI PARA APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE RADAR

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Fotônica.

Orientador: Prof. Ph.D Marcos Tavares de Melo

Recife 2018

#### Catalogação na fonte

Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

S586s Cavalcanti Filho, Pedro Henrique Bezerra

FSS Fractal Baseada Na Geometria Curva De Sierpinski para Aplicações em

Sistemas de Radar/

Pedro Henrique Bezerra Cavalcanti Filho. - 2018.

62 folhas, il.; tab., abr., sigl.

Orientador: Prof. Marcos Tavares de Melo, Ph.D.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2018. Inclui Referências.

> Engenharia Elétrica. 2. Micro-ondas. 3. Superfície seletiva de frequência.
>  Curva de Sierpinski. 5. Características fractais.
>  Variação angular de FSS. I. Melo, Marcos Tavares de (Orientador). II. Título.



Universidade Federal de Pernambuco

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

# PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

# PEDRO HENRIQUE BEZERRA CAVALCANTI FILHO

# "FSS FRACTAL BASEADA NA GEOMETRIA CURVA DE SIERPINSKI PARA APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE RADAR"

A comissão examinadora composta pelos professores: MARCOS TAVARES DE MELO DES/UFPE; MEMBRO TITULAR EXTERNO 1; MEMBRO TITULAR EXTERNO 2; sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **PEDRO HENRIQUE BEZERRA CAVALCANTI FILHO**...

Recife, 05 de março de 2018.

MARCELO CABRAL CAVALCANTI Coordenador do PPGEE

1

2 MARCOS TAVARES DE MELO Orientador e Membro Titular Interno

**3** Membro Titular Externo **4** Membro Titular Externo

A meus avós Severino e Minervina, por todo amor, carinho e suporte que me proporcionaram, permitindo com que eu alcançasse essa conquista.

#### AGRADECIMENTOS

São muitas as pessoas a quem tenho o prazer de agradecer o apoio e o encorajamento nas diversas etapas deste período. Agradeço:

- Aos meus avós Severino e Minervina, por terem me tratado como um filho, e por sempre tratarem meus estudos como prioridade;
- Aos meus pais Pedro e Jaqueline, por todo amor e carinho que sempre me proporcionaram, sem jamais questionar minhas escolhas;
- A minha irmã Priscilla, por me ouvir quando mais precisei e por sempre se esforçar ao máximo para estar perto de mim;
- A minha namorada Cristiana, por todo amor e maturidade para superar todos os obstáculos;
- Ao professor Marcos Tavares, por acreditar em mim e por todos os conselhos, críticas e sugestões que foram essenciais para me moldar como profissional.
- À equipe do Laboratório de Micro-ondas: Jorge Antonio, Wilson Félix, Marcelo Coutinho, Crislane Silva, Francisco Ariaildo, Giordano Pinheiro, Túlio Pedrosa, Vinicius Dias, pela disponibilidade que sempre tiveram, e principalmente Manuelle Regina e Hawson Filho pelo empenho no desenvolvimento dessa Dissertação;
- Ao professor Alfredo Gomes e sua equipe por ter disponibilizado o laboratório para medição e fabricação dos dispositivos desenvolvidos nesta dissertação.
- Agradeço também a todos os docentes e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), que a próprio punho levantaram a estrutura da qual hoje eu e muitos outros alunos desfrutam, bem como aos funcionários do Departamento de Eletrônica e Sistemas.
- E a CAPES pelo apoio financeiro e aos funcionários do Departamento de Eletrônica e Sistemas.

"A vida é agora. Nunca houve um momento em que a sua vida não foi agora, nem nunca haverá." (Eckhart Tolle)

#### RESUMO

Este trabalho apresenta uma Superficie Seletiva em Frequência (FSS) fractal para aplicações na proteção contra interferências em sistemas de radar. Essa estrutura compacta atua como um filtro espacial rejeita-banda com características interessantes, como resposta dual-band e alta estabilidade angular a ondas incidentes em diferentes ângulos. A terceira iteração da geometria fractal da Curva de Sierpinski é utilizada para projetar a FSS. O software ANSYS HFSS é usado para obter a resposta em frequência, a qual garante performance dual-band e polarização dupla, que são adequadas para aplicações em proteção contra interferências em sistemas de radar. Os resultados das simulações são comparados com os das medições para fins de validação. Boa concordância é observada entre os resultados simulados e medidos.

Palavras-chave: Superfícies Seletivas em Frequência; Fractal; dual-band; Polarização dupla; Estabilidade Angular; Ângulo de incidência

#### ABSTRACT

This work presents a fractal Frequency Selective Surface (FSS) to radar interference protection applications. This compact structure acts as stop-band spatial filters with interesting features such as dual band response and high angular stability to incident waves at different angles. The third iteraction of Sierpinski Curve fractal geometry is used to design the FSS. The software ANSYS HFSS is used to obtain the frequency response, ensuring dual band and dual polarized performances which are suitable for radar interference protection applications. Simulation results are compared to measurements ones for validation purpose. Good agreement is observed between simulated and measured results.

**Keywords**: Frequency Selective Surface, Fractal, dual-band; dual-polarized; angular stability; incident angle

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - FSS aplicada em radome de um arranjo de antenas	16
Figura 2 - 2 (a) FSS do Tipo Abertura (b) Resposta em Frequência	20
Figura 3 - (a) FSS do Tipo Elementos Condutor (b) Resposta em Frequência	20
Figura 4 - Exemplos do grupo 1: n-polos conectados pelo centro. a) Dipolos, b) Trip	olo, c)
Elemento âncora, d) Cruz de Jerusalém, e) Quadrado espiral	21
Figura 5 - Exemplos do grupo 2: Espiras. a) Elemento de quatro braços, b) Elemento	de três
braços, c) Anel circular, d) Espira quadrada, e) Espira hexagonal	22
Figura 6 - : Exemplos do Grupo 3: Interior sólido. a) Quadrado sólido, b) Hexágono sól	ido, c)
Círculo sólido.	22
Figura 7 - Grupo 4: Combinações.	22
Figura 8 - Células unitárias da FSS: (a) Elemento Dipolo Cruzado; (b) Elemento de Gra	.de; (c)
Dipolos Cruzados conectados por diodos	23
Figura 9 - RFSS fabricada, (b) Resposta em Frequência da RFSS	23
Figura 10 - Configuração de medição para FSS	28
Figura 11 Romanesco	29
Figura 12 - Fractal Triângulo de Sierpinski	30
Figura 13 - Iterações sucessivas da Curva do Dragão	30
Figura 14 - Construção da Curva de Sierpinski, (a) Uma iteração, (b) Duas Iterações, (d	c) Três
iterações	32
Figura 15 - Superposição das iterações da Curva de Sierpinski	33
Figura 16 - Protótipo Simulado da FSS	34
Figura 17 - Figura 17: Primeira ressonância, polarização horizontal, Jmáx. =53,85 A/m.	35
Figura 18 - Primeira ressonância, polarização vertical, Jmáx. =56,27 A/m	35
Figura 19 - Segunda ressonância, polarização horizontal, Jmáx. =51,57 A/m	35
Figura 20 - Segunda ressonância, polarização vertical, Jmáx. =59,24 A/m	36
Figura 21 - Guia de onda coplanar	37
Figura 22 - Fluxograma simplificado representando as rotinas do código	38
Figura 23 - Resposta estimada em frequência da FSS pelo MCE	40
Figura 24 - Setup de medições	42
Figura 25 - Célula unitária da FSS Curva de Sierpinski	43
Figura 26 - FSS Curva de Sierpinski fabricada	43
Figura 27 - Resposta em frequência, S21 (dB) × Freq. (GHz), pol. X	44
Figura 28 - : pol. x, variação angular de 0º a 30º, medido	45
Figura 29 - : pol. x, variação angular de 0º a 30º, simulado	46
Figura 30 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 0º	47
Figura 31 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 10°	47
Figura 32 - resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 20°	48
Figura 33 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 30°	48
Figura 34 - Resposta em frequência em relação às bandas de radar IEE	51
Figura 35 - Bandas rejeitadas e Banda passante	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Bandas de frequência de radar de acordo com o padrão IEEE	25
Tabela 2 - Dimensões dos paramentros das FSSs-CJM	
Tabela 3 - Valores calculados para as admitâncias e susceptâncias	
Tabela 4 - Resultados para a primeira frequência de ressonância	
Tabela 5 - Resultados para a segunda frequência de ressonância	
Tabela 6 - Frequências de corte da FSS	
Tabela 6 - Frequências de corte da FSS	

## LISTA DE ABREVIATURAS SIGLAS E SIMBOLOS

0	Unidade de variação angular (graus)
Bc	Susceptância capacitiva
Bd	Susceptância gerada pelo dipolo central espaçado por (p-l <sub>d</sub> )
Bg	Capacitância gerada pelos dipolos, espacados por g
C	Velocidade da luz
cm	Unidade de comprimento (Centímetros)
CST	Computer Simulation Technology
D	Dimensão fractal
dB	Unidade em decibel
F	Frequência
Fn	Função característica de um filtro
f <sub>r</sub>	Frequência de ressonância
FSS	<i>Frequency Selective Surface</i> (Superfície Seletiva de Frequência)
G	Distância entra as células unitária de uma FSS
GHz	Unidade de frequência em giga $(10^9)$
Н	Altura de um substrato dielétrico
I	Unidade imaginária $(\sqrt{-1})$
ku	Faixa de frequência entre 12 e 18 GHz
La	S <sub>21</sub>
Ld	Comprimento do dipolo cruzado
Li	Comprimento do lado do guadrado Ni
MCE	Método do Circuito Equivalente
mm	Unidade de comprimento (milímetros)
N	Representa a relação do comprimento efetivo com a geometria
$N(n) \in D(n)$	Polinômios complexos da virável de frequência o
Ni	Número de quadrados
OFF	Estado reversamente polarizado de uma chave (diodo PIN)
ON	Estado diretamente polarizado de uma chave (diodo PIN)
PIN	P-Intrinsic-N
Rad/s	Unidade de Frequência Angular (radianos por segundo)
Rad/S REID	Radio Eraquancy Identification (Identificação por rádio frequência)
KI'ID	Reconfigurable Frequency Selective Surface (Superficie Seletive em
RFSS	Frequência Reconfiguráveis)
S	Faixa de frequência entre 2 e 4 GHz
Sii	Relação entre a tensão na porta i e a tensão na porta i rede de duas portas
T	Coeficiente de transmissão para o cálculo da Admitância $Y_T$
tanð	Tangente de perda
T <sub>dB</sub>	Coeficiente de transmissão o cálculo da admitância $Y_T$ em decibel
TE	Tranversal electric
TM	Transversal magnetic
w'	Largura dos demais dipolos
Xc	Reatância capacitiva
X <sub>1</sub>	Reatância indutiva
1	

Y <sub>LC</sub>	Admitância de um circuito LC série
Y <sub>TOTAL</sub>	Admitância total
Eef	Constante dielétrica efetiva
ε <sub>r</sub>	Constante dielétrica relativa
Λ	Comprimento de onda
Φ	Ângulo com o qual a onda plana incide sobre as fitas.
Ω	Frequência angular de ressonância

# SUMÁRIO

1 IN	NTRODUÇÃO	15
1.1	JUSTIFICATIVA	16
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	OBJETIVO GERAL	17
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2 SU	UPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA	19
2.1	CLASSIFICAÇÃO DAS FSS	19
2.2	PREENCHIMENTO	19
2.2.1	ESPESSURA DO ANTEPARO	20
2.2.2	GEOMETRIA	21
2.2.3	EXCITAÇÃO DOS ARRANJOS	22
2.3	APLICAÇÕES DE FS	24
2.3.1	SISTEMAS DE RADAR	24
2.4	TÉCNICAS DE ANÁLISE	26
2.5	TÉCNICAS DE MEDIÇÃO	27
3 G	EOMETRIA FRACTAL	29
4 G	EOMETRIA CURVA DE SIERPINSKI	32
4.1	DESCRIÇÃO DO PROJETO	33
4.2	CARACTERIZAÇÃO ESTIMATIVA	36
4.3	PREVISÃO DAS FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA DA FSS USANDO O N	ICE
	37	
5 R	ESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS	41
5.1	DEMONSTRAÇÃO E COMPARATIVO DAS RESPOSTAS	41
5.2	APLICAÇÕES EM SISTEMAS DE RADAR CONTRA EMI	50
6 C	ONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	53
6.1	CONCLUSÃO	53
6.2	TRABALHOS FUTUROS	54
REF	ERENCIAS	55

#### 1 INTRODUÇÃO

Em nosso dia a dia, os dispositivos de micro-ondas são de grande importância, pois estão inseridos nas comunicações sem fio e em várias aplicações em engenharia, tais como: sistema de telefonia móvel, TV digital, radares entre outras aplicações. Com o crescimento na demanda por serviços de telecomunicações, a necessidade de pesquisas e avanços em tecnologias na área de dispositivos de micro-ondas aumenta, objetivando a melhora na qualidade dos sistemas de comunicações. Essas melhorias buscam o desenvolvimento de dispositivos cada vez mais eficientes, mais integrados, e de menores dimensões físicas.

Frente ao desenvolvimento tecnológico pela necessidade de dispositivos com operação na faixa de micro-ondas que requerem baixo custo, dimensões e peso reduzidos, as estruturas planares tem desempenhado uma função fundamental na implementação desses dispositivos, tornando-os estruturas atrativas para aplicações em sistemas de comunicações sem fio.

Um tipo de dispositivo planar que tem aumentado sua importância na comunidade científica, são as superfícies seletivas em frequência (FSS - *Frequency Selective Surfaces*) devido à suas propriedades de filtragem de frequência, que as fazem convenientes para várias aplicações, que vão desde o forno de micro-ondas a comunicações espaciais. Seu baixo custo de produção e reduzido peso, juntamente com a possibilidade de integração com outros circuitos, favorece o desenvolvimento de equipamentos de comunicação mais adaptados às necessidades do mercado de comunicações.

A evolução das bases teóricas das FSS evoluiu diretamente da investigação das grades de difração em sistemas óticos, que são utilizadas para decompor um feixe de luz monocromática em suas ordens espectrais. Este processo de filtragem foi descoberto pelo físico americano David Rittenhouse, de acordo com documentos publicados em 1786 [1]. Rittenhhouse estudou a filtragem da luz branca em diferentes comprimentos de onda, cuja distância espectral depende do espaço entre os fíos da grade de difração ótica. A filtragem da luz branca por um prisma já tinha sido descoberta por Isaac Newton em 1671, mas esta foi a primeira prova documentada que superfícies não contínuas podem exibir diferentes propriedades de transmissão para diferentes frequências de onda incidente [2]. Por causa da simplicidade da estrutura para o processo de filtragem, esta tem sido estendida para muitas áreas de engenharia.

As FSS têm grande aplicabilidade na área militar, como nos projetos de controle antiinterferência, que protegem estruturas de comunicação de fortes interferências eletromagnéticas (EMI), proporcionando o isolamento e reduzindo a interferência entre sinais adjacentes. Nesse contexto, uma das aplicações das Superfícies Seletivas em Frequência é a integração junto a arranjos de antenas, através da diminuição da seção transversal de radar (RCS), que é a medida de quão detectável um objeto é com um radar. Para isso, geralmente utiliza-se a FSS junto ao radome de uma antena ou de um arranjo, projetando a FSS para deixar passar apenas a frequência de operação da antena. A Figura 1 ilustra a utilização da FSS para redução da RCS. Um grande RCS indica que um objeto é mais facilmente detectável.



Fonte: [3]

Atualmente, os estudos estão, cada vez mais, buscando o desenvolvimento de FSS com tamanho reduzido, alta seletividade, baixas perdas de inserção na faixa de operação, múltiplas bandas de frequências [4], bem como os desempenhos de estabilidade para diferentes ângulos de incidência e polarizações.

#### 1.1 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, tem sido observada uma expansão significativa no uso de serviços de comunicação, particularmente em aplicações sem fio. Assim, tem havido uma crescente demanda por estruturas que operam em diferentes bandas de frequência e que são capazes de fornecer recursos necessários, como largura de banda considerável, seletividade, dimensões e pesos reduzidos, baixo custo, entre outros. Como consequência, superfícies seletivas em

frequência (FSS) têm sido investigadas porque são capazes de atender a esses requisitos, bem como devido à sua capacidade de serem integradas a outros circuitos de micro-ondas.

A expansão das redes LTE (*Long-Term-Evolution*) faz com que os sinais de comunicação sem fio se aproximem cada vez mais das frequências utilizadas pela banda S (2-4 GHz), podendo causar interferência mútua nos sistemas de rádio e radar [5]. O objetivo e novidade deste trabalho é propor uma Superfície Seletiva em Frequência (FSS) que funcione como um filtro para rejeitar frequências adjacentes à Banda S, evitando interferências nas aplicações de radar. Neste trabalho, uma FSS com elementos fractais da geometria Curva de Sierpinski é apresentada. O método iterativo é usado para definir a geometria da Curva de Sierpinski [6]. O software do simulador ANSYS HFSS é utilizado para obter a resposta em frequência e investigar a estabilidade angular do FSS, comparando esses resultados com os medidos.

#### **1.2 OBJETIVOS**

#### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

Caracterizar numericamente e experimentalmente o comportamento de uma superfície seletiva em frequência baseada na geometria Curva de Sierpinski para aplicações em sistemas de radar, estabelecendo as suas equações de projeto.

#### 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Destacar as principais características referentes às FSS, como geometria, dimensões, resposta em frequência, tipos e aplicações;
- Caracterizar numericamente a FSS baseada na geometria Curva de Sierpinski
- Analisar as respostas em frequência das FSS caracterizadas numericamente e experimentalmente validando os resultados obtidos;
- Estabelecer as equações iniciais de projeto das FSS;
- Enfatizar a aplicação da FSS proposta na prevenção contra interferências em sistemas de radar nas frequências adjacentes à banda S.

#### **1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

- Capítulo 1 Introdução: No presente capítulo é introduzida a temática do estudo, a justificativa e os objetivos gerais e específicos pretendidos para a realização do trabalho.
- Capítulo 2 Superfícies Seletivas em Frequência: Neste capítulo é apresentado o estado da arte acerca do tema, incluindo as fontes consultadas durante o desenvolvimento deste trabalho, tais como, artigos científicos, livros, periódicos, dissertações e teses, usados para impulsionar a discussão e consequentemente a validação da pesquisa.
- Capítulo 3 Este capítulo apresenta a definição e as principais características e classificações das geometrias fractais
- Capítulo 4 Geometria Curva de Sierpinski: Este capítulo aborda o projeto da célula unitária da FSS baseada na geometria Curva de Sierpinski, tais como, os principais parâmetros usados para o projeto da célula unitária, as equações inicias de projeto e algumas peculiaridades observadas durantes as simulações das estruturas projetadas.
- Capítulo 5 Resultados Numéricos e Experimentais: Neste capítulo são apresentados
  os resultados obtidos durante as simulações utilizando o software comercial ANSYS
  HFSS e o *setup* utilizado na caracterização experimental das estruturas fabricadas, bem
  como, a sobreposição dos dados obtidos nas análises simuladas e experimental, sendo
  discutidas as características da estrutura, em ambas as análises, ratificando o estudo.
- Capítulo 6 Conclusão: Este capítulo traz as considerações finais e as sugestões para trabalhos futuros.

#### 2 SUPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA

FSS foram amplamente pesquisadas nos últimos anos. Em essência, são filtros de microondas espaciais que exibem o comportamento de passa-banda ou rejeita-banda em termos de frequência, ângulo de incidência e polarização, por exemplo [7]. Comumente, uma FSS consiste em um arranjo de *patchs* metálicos periódicos ou um patch condutor perfurado com elementos de abertura [8] - [11]. Normalmente, a resposta de frequência de uma FSS é definida por seus parâmetros estruturais, como substrato dielétrico, elementos condutores ou elementos de abertura, dimensões físicas e periodicidade [11]. No projeto de uma FSS, um dos pontos mais flexíveis é a escolha da geometria da célula unitária. As geometrias fractais, por exemplo, possuem uma estrutura fina em escalas arbitrariamente pequenas, com características como auto similaridade e preenchimento de espaço.

Na análise matemática, as curvas de preenchimento de espaço [12] são casos particulares de desenhos fractais que passam por todos os pontos do quadrado unitário. Essas formas estão sendo amplamente usadas em dispositivos eletromagnéticos e eletrostáticos miniaturizados [13] - [15]. Essas curvas podem preencher todo o espaço de duas dimensões com uma única curva contínua, tendo, portanto, um perímetro grande e arbitrário enquanto ainda confinadas em uma área constante, as tornando atraentes para projetos de dispositivos miniaturizados. A curva de Sierpinski é um tipo de curva espacial que foi originalmente criada pelo matemático polonês *Waclaw Sierpinski*. Esse design constitui uma curva de preenchimento de espaço bastante simétrica, o que é importante para obter a mesma resposta na polarização vertical e horizontal.

#### 2.1 CLASSIFICAÇÃO DAS FSS

As FSS podem ser classificadas de diferentes formas. Neste Capítulo são apresentadas algumas de suas classificações.

#### 2.2 PREENCHIMENTO

Como podemos notar na Figura 2, a FSS com elementos do tipo abertura trabalha como um filtro passa-banda, ou seja, conforme os elementos vão entrando em ressonância, a estrutura vai se tornando invisível para a onda incidente, até que na frequência de ressonância da FSS, ocorre a transmissão total da onda. Entretanto, a FSS com elementos condutores funciona como um filtro rejeita-banda, conforme a figura 3. Os elementos vão entrando em ressonância e, com isso, eles irradiam a potência incidente na direção de reflexão, até que na frequência de ressonância da estrutura, ela se comporta como um condutor perfeito refletindo totalmente a onda incidente [16].



Fonte: Adaptado de [55]



Figura 3 - (a) FSS do Tipo Elementos Condutor (b) Resposta em Frequência

Fonte: Adaptado de [55]

#### 2.2.1 ESPESSURA DO ANTEPARO

As FSS podem ainda ser classificadas como anteparo-fino ou anteparo-espesso, dependendo da espessura do elemento. As FSS de anteparo-fino, normalmente, referem-se a um anteparo com elementos do tipo circuito impresso, que tem espessura menor que  $0.001\lambda_0$ , em que 0 é o comprimento de onda para a frequência de ressonância do anteparo. Em geral, as FSS anteparo-fino são leves, de pequeno volume e podem ser fabricadas com baixo custo, empregando tecnologias convencionais de fabricação de circuito impresso. Por outro lado, a FSS anteparo espesso é pesada e sua fabricação requer o manuseio preciso de um bloco de metal espesso. Guias de ondas sobrepostos tem sido uma forma popular de FSS anteparo-espesso. A vantagem das FSS anteparo-espesso é que a razão da frequência transmitida para a frequência refletida, pode ser reduzida, o que é adequado para antenas de satélite de comunicações que operam em várias bandas de frequência [9].

#### 2.2.2 GEOMETRIA

Na literatura existem diversos tipos de elementos os quais são utilizados como base para a elaboração de FSS. O pesquisador americano Ben A. Munk [8] divide os elementos em quatro grupos:

- Grupo 1: N Polos conectados pelo centro;
- Grupo 2: Espiras;
- Grupo 3: Elementos de interior sólido;
- Grupo 4: Combinações.

Elementos do Grupo 1 podem ser vistos na Figura 4, as formas mais comuns são: dipolo fino [2], cruz de Jerusalém, dipolo cruzado [9] e o tripolo [8].

Figura 4 - Exemplos do grupo 1: n-polos conectados pelo centro. a) Dipolos, b) Tripolo, c) Elemento âncora, d) Cruz de Jerusalém, e) Quadrado espiral.



Fonte: [8]

O Grupo 2 é formado pelos elementos do tipo espira. Os tipos mais comuns são: as espiras quadradas [18], quadradas duplas [19], quadradas com grades [20] e anéis circulares concêntricos [21]. A Figura 5 mostra esses elementos.





Fonte: [8]

O Grupo 3 é formado pelos elementos do tipo sólido. Os tipos mais comuns são: os patches retangulares [9] hexagonais [8] e circulares [22]. Elementos desse grupo podem ser vistos na Figura 6.

Figura 6 - : Exemplos do Grupo 3: Interior sólido. a) Quadrado sólido, b) Hexágono sólido, c) Círculo sólido.



Fonte:[8]

O Grupo 4 é o dos elementos formados a partir de uma combinação dos elementos típicos. Um exemplo de combinação pode ser visto na Figura 7.



Fonte:[8]

#### 2.2.3 EXCITAÇÃO DOS ARRANJOS

Uma extensão para FSSs são as superfícies seletivas em frequência reconfiguráveis (RFSS). As propriedades das RFSS, como frequência de ressonância e polarização, por exemplo, podem ser modificadas em tempo real, enquanto a FSS tradicional possui características constantes. A capacidade de variar a resposta de frequência pode ser alcançada

através da introdução de elementos ativos no dispositivo, como o diodo PIN [2, 23, 24], que é comumente utilizado como chave. Os diodos PIN são colocados como *switches* ao longo da estrutura RFSS a fim de proporcionar uma reconfiguração do sistema. Em [24], apresenta-se um modelo que a partir do chaveamento dos diodos, é possível a obtenção de dois tipos de geometria, variando do tipo Grade para o tipo Dipolo Cruzado conforme o estado de polarização. Desse modo, conseguiu-se uma variação na resposta em frequência da FSS. A Figura 8, apresenta o funcionamento da RFSS:

Figura 8 - Células unitárias da FSS: (a) Elemento Dipolo Cruzado; (b) Elemento de Grade; (c) Dipolos Cruzados conectados por diodos.



Fonte: [24]

Uma polarização CC externa é aplicada aos diodos, podendo ser direta ou reversa, garantindo então o estado ligado ou desligado dos diodos PIN, respectivamente, conforme a



Figura 9 - RFSS fabricada, (b) Resposta em Frequência da RFSS

#### 2.3 APLICAÇÕES DE FS

A aplicação mais conhecida de FSS é o anteparo da porta do forno de micro-ondas. Este anteparo funciona como um filtro passa-banda, transparente para a faixa de frequência da luz visível e rejeita-banda na faixa de micro-ondas. Além disso, uma FSS pode ser utilizada para várias aplicações, tais como:

- Tags RFID;
- Aumento da Seção Transversal de Radar
- Proteção contra interferência eletromagnética (EMI)
- Estruturas EBG
- Subrefletores dicróicos para antenas parabólicas
- Sistemas de intercepção de baixa probabilidade (exemplo: Stealth)
- Segurança para redes sem fio locais (WLAN)
- Melhora das características de radiação de arranjos de antenas

Como o foco deste trabalho é a utilização de superfícies seletivas em frequência na proteção contra interferência eletromagnética (EMI) em sistemas de radar, o tópico seguinte trata deste tipo de aplicação.

#### 2.3.1 SISTEMAS DE RADAR

O RADAR, do inglês *Radio Detection And Ranging* (Detecção e Telemetria por Rádio), é um dispositivo que permite detectar objetos distantes e inferir suas distâncias à antena direcional transceptora do rádio.

A detecção ocorre quando uma antena com uma certa diretividade transmite uma onda eletromagnética, e qualquer obstrução ou alteração no trajeto (alvo) dá origem a um eco. Este eco pode ser detectado, dando informações sobre a presença e propriedades do alvo. Já a localização do alvo, ocorre porque as ondas eletromagnéticas propagam-se a uma velocidade conhecida, e ao medir-se o atraso de propagação entre transmissão e eco obtém-se a distância do alvo. A direção do alvo, por sua vez, é obtida a partir da elevação do azimute da antena [25].

Bandas de frequência na faixa de micro-ondas são designadas por letras. Esta convenção começou em torno da Segunda Guerra Mundial com designações militares dos EUA para frequências usadas no radar, que foi a primeira aplicação de micro-ondas. Infelizmente, existem

vários sistemas de nomenclatura incompatíveis para bandas de micro-ondas, e mesmo dentro de um determinado sistema, a faixa de frequência exata designada por uma letra varia um pouco entre as diferentes áreas de aplicação. Um padrão amplamente utilizado são as bandas de radar do IEEE estabelecidas pelo Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos dos EUA, conforme a Tabela 1:

Designação da Banda	Intervalo de Frequência	Justificativa de nomenclatura (do Inglês)	
HF	0.003 a 0.03 GHz	High Frequency	
VHF	0.03 a 0.3 GHz	Very High Frequency	
UHF	0.3 a 1 GHz	Ultra High Frequency	
Ŀ	1 a 2 GHz	Long wave	
<u>S</u>	2 a 4 GHz	Short wave	
<u>C</u>	4 a 8 GHz	Compromise between S and X	
X	8 a 12 GHz	Used in <u>WW II</u> for <u>fire</u> <u>control</u> , X for cross (as in <u>crosshair</u> )	
<u>K</u> u	12 a 18 GHz	Kurz-under	
K	18 a 27 GHz	Kurz ( <u>German</u> for "short")	
<u>K</u> a	27 a 40 GHz	Kurz-above	

Tabela 1 - Bandas de frequência de radar de acordo com o padrão IEEE

Ϋ́	40 a 75 GHz	Very strongly absorbed by atmospheric oxygen, which resonates at 60 GHz.
W	75 a 110 GHz	W follows V in the <u>alphabet</u>
<u>mm</u> or <u>G</u>	110 a 300 GHz	Millimeter®

Fonte:	[26]	
--------	------	--

Diante da rápida expansão das comunicações sem fio, as estruturas periódicas têm tido um grande número de aplicações, e contribuído, substancialmente, para melhorar o desempenho dos circuitos de comunicações em radares. Além disso, têm grande aplicabilidade, na área militar, como nos projetos de controle anti-interferência, que protege a antena de fortes interferências eletromagnéticas (EMI), e na utilização em camuflagem de aviões.

A banda S tem grande importância nos sistemas de radar, principalmente nos sistemas de busca e aquisição de radares primários, visto que frequências mais baixas têm maior alcance. Nesse trabalho, a FSS proposta tem como objetivo proteger sistemas de radar que operam na Banda S de possíveis interferências eletromagnéticas das bandas adjacentes, ou seja, de eventuais sinais provenientes das Bandas L e C.

#### 2.4 TÉCNICAS DE ANÁLISE

Diversas técnicas numéricas têm sido usadas em análises de FSS. Existem na literatura múltiplas técnicas de análise, realizadas em anteparos periódicos. Fórmulas simples e aproximadas têm sido desenvolvidas, para se definir características de transmissão e de reflexão para uma FSS com patches condutores ou aberturas retangulares. Este tipo de estudo reduz o tempo computacional e produz respostas razoáveis para determinadas estruturas [27], [28]. Apesar disso, essas fórmulas têm suas insuficiências, e para determinadas funcionalidades, podem produzir resultados incertos. Um mecanismo simples e que produz resultados razoáveis é o método do circuito equivalente (MCE). Nesta análise, os vários elementos de fita que formam o elemento patch em um arranjo periódico são modelados como elementos indutivos ou capacitivos em uma linha de transmissão. Da solução deste circuito, são encontradas as

propriedades de transmissão e reflexão da FSS. Este método usa uma aproximação quase estática para calcular as componentes do circuito e permitem uma análise computacional bastante acelerada [18] – [20].

Outro procedimento empregado é o da expansão modal [29], que permite uma análise capaz de propiciar detalhes das repostas da frequência e da polarização, além do entendimento físico dos eu funcionamento. Uma técnica bastante popular atualmente, é a técnica das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). Esta técnica permite a análise de qualquer tipo de elemento, assim como a análise de perdas dielétricas e/ou magnéticas e a análise de estruturas não homogêneas [30]. A desvantagem deste método é o grande esforço computacional necessário. Técnicas híbridas estão sendo empregados atualmente. Métodos como interpolação racional de Krylov [31], [32], Método dos Momentos com o Método BI – RME [33] e Método dos Momentos em conjunto com elementos finitos [34], estão sendo muito usados na modelagem de elementos de forma complexa. Métodos de inteligência artificial também têm sido usadas. Algoritmos genéticos [35], [36] podem ser utilizados na análise e/ou síntese de FSS.

#### 2.5 TÉCNICAS DE MEDIÇÃO

Diversos métodos têm sido usados para medir as características de transmissão e reflexão das FSS [10]. Uma das técnicas utilizadas está exemplificada na Figura 10, constituída por um par de antenas cornetas de ganhos padrões como transmissora/receptora e um analisador de redes. A FSS é posicionada entre as duas antenas para que a onda gerada incida sobre si, onde irá refletir ou deixa passar parte da potência, de acordo com as suas características. A potência transmitida é captada pela antena receptora e assim é possível caracterizar a resposta em frequência da FSS.



Fonte: [39]

As as características TE e TM também podem ser medidas, alterando a polarização das antenas de vertical para horizontal. A estabilidade angular da FSS é outro importante parâmetro que pode ser mensurado através desse método, apenas rotacionando seu eixo em relação às antenas.

#### **3** GEOMETRIA FRACTAL

O termo fractal foi introduzido pelo matemático francês Benoît Mandelbrot em 1975 e deriva do latim fractus, adjetivo do verbo *frangere*, que significa quebrar, criar fragmentos irregulares, fragmentar. Um fractal possui forma cujas partes se assemelham ao todo, ou seja, à medida que se aumenta ou se diminui a escala de observação, a sua forma não é alterada, se mantendo idêntica ou muito similar a original. Com isso, a geometria fractal descreve certos fenômenos da natureza ou objetos intrincados, onde a geometria euclidiana (pontos, retas e círculos) não é capaz de descrever, devido à simplicidade de suas formas [36].

A Figura 11 apresenta uma imagem que caracteriza o conceito de fractal, conhecido como Romanesco. Observa-se que cada ramo é similar à geometria inteira. Diminuindo ainda mais a escala, nota-se que os ramos são constituídos de vários elementos que também tem a mesma forma do Romanesco. As principais propriedades que caracterizam os fractais são a auto semelhança, a complexidade infinita e a sua dimensão.

Figura 11 - - Romanesco



Fonte: [52]

Auto semelhança ou auto similaridade (Simetria através das escalas): Um objeto é auto semelhante quando uma porção dela pode ser vista como uma réplica da figura completa em escala reduzida. Ou seja, possui o mesmo aspecto em qualquer escala de observação [53]. A Figura 12 ilustra um exemplo de auto-similaridade utilizando a Geometria Triângulo de Sierpinski.



A auto similaridade, se divide em três categorias:

- Exata Um fractal se encaixa nessa categoria, quando o objeto em análise apresenta uma cópia exata de si mesmo em diferentes escalas.
- Quase-auto-similar Categoria mais abrangente da auto semelhança, pois o objeto aparenta ser aproximadamente idêntico em diferentes escalas.
- Estatística Categoria, onde a auto similaridade do objeto será caracterizada através de medidas numéricas ou estatísticas que são preservadas em diferentes escalas.

Complexidade infinita: característica que se refere ao fato de que o processo de geração de uma geometria fractal é feito por meio de sucessivas iterações que tendem ao infinito. À medida que as iterações são aplicadas, mais detalhes serão acrescentados à figura e assim nunca se consegue representar o objeto completamente, obtendo-se uma figura infinitamente complexa [55], como mostra a Figura 13.



Fonte: [56]

A Dimensão Fractal mede o grau de irregularidade e ocupação da figura no espaço [57]. A dimensão fractal adquire um sentido mais amplo do que a dimensão Euclidiana. A dimensão Euclidiana representa o número de coordenadas necessárias para descrever uma forma. Assim, um ponto tem dimensão 0, uma reta, dimensão 1, um plano, dimensão 2 e um sólido, dimensão 3. Pode-se ampliar esse raciocínio até n dimensões. Dimensões associadas à geometria Euclidiana são sempre números inteiros. Já na geometria fractal, o conceito de dimensão está ligado a como a geometria ocupa o espaço, medindo seu grau de irregularidade e caracterizando a superfície de contato entre o objeto e o meio. O cálculo da atual dimensão fractal foi desenvolvido pelos matemáticos *Hausdorff* e *Besicovith* é dado pela Equação (1),

$$D = \frac{\log n}{\log 1/s} \tag{1}$$

, onde n é o número de cópias da estrutura reduzidas por um fator de escala [58]. D pode ser um número fracionário. No limite quando n tende ao infinito, obtém-se um fractal ideal.

#### 4 GEOMETRIA CURVA DE SIERPINSKI

Neste trabalho se propõe o desenvolvimento de uma FSS com elementos baseados na geometria fractal Curva de Sierpinski. A geometria estudada apresenta características muito interessantes, tais como tamanho reduzido e alta estabilidade angular para ondas incidentes em diferentes ângulos, conforme demonstrado no capítulo 5.

A curva de Sierpinski empregada neste trabalho é a curva original de Sierpinski [40], [41]. As três primeiras iterações são desenhadas na Fig. 14, onde o fundo quadriculado usado para representar o caminho da curva também foi mostrado.

Figura 14 - Construção da Curva de Sierpinski, (a) Uma iteração, (b) Duas Iterações, (c) Três iterações



Fonte: O autor

Esse fractal é simplesmente gerado como um caminho fechado formado pelo seguinte procedimento recursivo: Em cada iteração, cada um dos quadrados na iteração anterior é dividido em quatro quadrados menores e todos os pontos médios da borda desses quadrados menores são conectados. A partir desse processo de construção, percebe-se que a curva de Sierpinski é composta por segmentos oblíquos, que tem um ângulo de referência de  $45^{\circ}$  com a horizontal ou vertical, além de segmentos verticais e horizontais. Também pode ser observado que o comprimento de um segmento diminui com a ordem de iteração enquanto o comprimento total aumenta. Essa propriedade é semelhante à de uma curva de Hilbert e curva de Peano, implicando que essas curvas podem exibir um comprimento de onda ressonante relativamente longo em relação à dimensão linear de sua geometria [42], [43]. Se denotarmos  $l_*$ ,  $A_*$  como o comprimento total e a área da curva de Sierpinski com diferentes iterações, onde \* é o número da iteração, e assumir que o comprimento do lado do quadrado grande original é *a*, os seguintes casos podem ser verificados [44]:

$$l_1 = \left(1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)a, l_\infty \to \infty$$
<sup>(2)</sup>

$$A_1 = \frac{11a^2}{32}$$
 ,  $A_\infty = \frac{5}{12}a^2$ . (3)

Isso indica que o limite da curva de Sierpinski é infinitamente longo e ocupa uma área de 5/12 da do quadrado.

Como sabemos, a *Dimensão de Hausdorff* é reconhecida como uma maneira útil de medir com precisão a dimensão de conjuntos altamente irregulares. A partir da recursão mostrada na Figura 14, é aparente que a curva de Sierpinski consiste de quatro cópias, cada uma similar à anterior por um fator de 1/2. Portanto, para as curvas de Sierpinski, a dimensão de Hausdorff é igual à dimensão de similaridade e pode ser calculada da seguinte forma [45], [46]:

$$D_f = D_s = -\frac{\ln N}{\ln r(N)} = -\frac{\ln 4}{\ln(\frac{1}{2})} = 2$$
 (4)

Na expressão acima,  $D_f$  é a *Dimensão de Hausdorff*,  $D_s$  é a dimensão de similaridade, N é o número de cópias auto similares, r(N) é o fator de escala. Matematicamente, isso implica que a curva de Sierpinski preencherá completamente todo o grande quadrado no limite, embora seu caminho pareça ser unidimensional.

#### 4.1 DESCRIÇÃO DO PROJETO

Nesse trabalho, o método iterativo é usado para definir a geometria da Curva de Sierpiński [47]. A Figura 15 mostra uma superposição das iterações as dessa curva fractal:



Figura 15 - Superposição das iterações da Curva de Sierpinski

Fonte: [56]

As dimensões das células unitárias Wx e Wy, ao longo das direções x e y, respectivamente, têm ambas 36 mm de comprimento, adicionando um patch retangular convencional, com dimensões Lx e Ly medindo ambas 33.75 mm, conforme a figura 16.

A geometria da FSS é estudada através de uma análise paramétrica realizada para gerar o comportamento desejado em frequência da FSS. Resultados de simulação são obtidos para o coeficiente de transmissão *versus* frequência. Posteriormente, os protótipos são fabricados e medidos. A figura 16 mostra o protótipo da FSS simulada. Quanto à fabricação do protótipo, a mesma foi feita em um substrato FR-4 (fibra de vidro), com  $\varepsilon_r$  (constante dielétrica) = 4,3, h (altura do substrato) = 1,60 mm e tangente de perda de 0,02. As dimensões gerais da FSS posteriormente fabricada são 22 cm de comprimento por 22 cm de largura.



Figura 16 - Protótipo Simulado da FSS

Fonte: O autor

As Figuras 17,18,19 e 20 representam a excitação da estrutura, explicitada pela corrente elétrica máxima de superfície. Como podemos perceber, a primeira frequência de ressonância é decorrente da excitação da parte central do patch, enquanto a segunda ressonância deve-se à excitação das partes mais metálicas mais externas.



Figura 17 - Figura 17: Primeira ressonância, polarização horizontal, Jmáx. =53,85 A/m.

Fonte: O autor



Figura 18 - Primeira ressonância, polarização vertical, Jmáx. =56,27 A/m.

Fonte: O autor

gunda ressonância, polarização horizontal, Jmá

Figura 19 - Segunda ressonância, polarização horizontal, Jmáx. =51,57 A/m.

Fonte: O autor



Figura 20 - Segunda ressonância, polarização vertical, Jmáx. =59,24 A/m

Fonte: O autor

#### 4.2 CARACTERIZAÇÃO ESTIMATIVA

Devido à diversidade dos parâmetros envolvidos (geometria da célula unitária, polarização, características do substrato, polarização da onda incidente, etc.), nem sempre é possível obter uma expressão exata para determinação da frequência de ressonância da FSS. Além disso, outra dificuldade nesse aspecto é a utilização de uma geometria não clássica, dotada de muitos segmentos diagonais, o que dificulta a análise em termos de polarização horizontal e vertical. Isto é percebido na distribuição de correntes de maneira não uniforme na estrutura.

Um procedimento prático de projeto é determinar o valor aproximado da primeira frequência de ressonância e após analisar numericamente as demais ressonâncias. A primeira frequência de ressonância pode ser calculada aproximadamente por:

$$f_{r1} = \frac{0.3}{L_{ef} \times 2\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \tag{5}$$

Onde,  $L_{ef} = L_x + L_y$ , e  $\varepsilon_{ref}$  é definido por:

$$\varepsilon_{ref} = \varepsilon_{refeCPW} \tag{6}$$

 $\varepsilon_{ref} = \varepsilon_{refeCPW}$  é a constante dielétrica efetiva para um guia de onda coplanar (CPW, coplanar waveguide) sem o plano terra [48], com *S*=10*h*, que pode ser facilmente calculado usando um dos softwares disponíveis [49], [50].



Fonte: [50]

Destaque-se que a equação 5 é apenas uma aproximação, um valor inicial para um melhor procedimento numérico. Na caracterização da estrutura, foi utilizado o substrato de fibra de vidro de baixo custo, FR-4, com espessura h = 1.6 mm, constante dielétrica  $\varepsilon_r$  = 4,4 e tangente de perda  $\delta$  = 0,02. A faixa de frequência adotada foi de 1 GHz a 10 GHz. Para essas características obtém-se  $\varepsilon_{refeCPW}$  = 1.420, com os quais são calculados os valores estimativos das frequências de ressonância usando a equação 5:

$$f_{r1} = \frac{0.3}{(L_x + L_y) \times 2\sqrt{\varepsilon_{refeCPW}}} = 1.87 \ GHz \tag{7}$$

## 4.3 PREVISÃO DAS FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA DA FSS USANDO O MCE

Foi desenvolvida uma rotina em MATLAB® com base em [18] e [57], a qual calcula e armazena o coeficiente de transmissão e sua magnitude, a partir dos valores das suceptâncias e admitâncias da FSS

Essa rotina baseou-se no código referente à cruz de Jerusalém, por ser o mais próximo da FSS Curva de Sierpinski presente na literatura consultada. Desse modo, a entrada de dados utilizou os parâmetros da FSS Curva de Sierpinski;

Tabela 2 - Dimensões dos paramentros das FSSs-CJM						
Parâmetros g p w						
Dimensões (mm)         2,25         23,5         1,6						
Fonte: O Autor						

Fonte: O Autor

A Figura 22 apresenta um fluxograma simplificado que representa as rotinas do código usado para o cálculo dos parâmetros:



Figura 22 - Fluxograma simplificado representando as rotinas do código

Fonte: O autor

Para o cálculo do coeficiente de transmissão, é necessário primeiramente calcular a admitância total dos circuitos, que consiste pela soma das admitâncias individuais de cada circuito LC série. A Equação (34) apresenta a admitância de um circuito LC série.

$$Y_{LC} = \frac{1}{X_L - \frac{1}{B_C}}$$
(8)

E a Equação (35) apresenta o cálculo para admitância total.

$$Y_{TOTAL} = Y_{LC1} + Y_{LC2} + Y_{LC3} + \dots + Y_{LCn}$$
(9)

Assim, o coeficiente de transmissão (T) é definido pela Equação (36).

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.25(Y_{TOTAL})^2}} \tag{10}$$

E sua magnitude é dada por:

$$T_{dB} = 20\log_{10}|T| \tag{11}$$

A Figura 23 apresenta a resposta em frequência (S21) para o modelo ideal com substrato, calculado usando o método de circuito equivalente. Os valores para as susceptâncias e admitâncias estão expressos pelas Tabela 3.

Tabela 3 - Valores calculados para as admitâncias e susceptâncias

Admitância	Susceptância			
XL	Bc			
2,23 Ω 2,99 Ω <sup>-1</sup>				
Fonta: O autor				

Fonte:	0	autor
--------	---	-------





Percebe-se que a primeira frequência de ressonância estimada numericamente pela equação 5 aproxima-se bastante da frequência obtida pelo método do circuito equivalente. Veremos no capítulo a seguir, que a segunda frequência de ressonância estimada pelo método do circuito equivalente também se aproximou dos valores simulados e medidos.

#### 5 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

#### 5.1 DEMONSTRAÇÃO E COMPARATIVO DAS RESPOSTAS

Para a verificação das características da geometria proposta, uma FSS foi projetada, fabricada e caracterizada. A análise simulada foi realizada utilizando o software comercial ANSYS HFSS.

Os resultados da caracterização experimental foram obtidos para a faixa de frequência de 0 a 10 GHz, no Laboratório de Micro-Ondas do GTEMA/IFPB. A configuração de medição para a estrutura de FSS proposta consiste em duas antenas de corneta (Double Ridge Guide Horn Antenna SAS-571) e um analisador de rede Agilent E5071C.



Figura 24 - Setup de medições

Fonte: O autor

A FSS foi fabricada utilizando o laminado de baixo custo do tipo FR-4 ( $\epsilon r = 4,4$ , altura h = 1.6 mm e tangente de perdas de 0,02). As células unitárias foram projetadas com dimensões de 36 mm x 36 mm, as estruturas foram fabricadas com uma placa medindo 220 mm x 220 mm e as células unitárias foram agrupadas em arranjos de 5 x 5, conforme ilustrado nas Figuras 25 e 26.



Figura 25 - Célula unitária da FSS Curva de Sierpinski

Fonte: O autor

Figura 26 - FSS Curva de Sierpinski fabricada



Fonte: O autor

Os dados obtidos a partir da análise simulada e da análise experimental foram comparados onde é possível observar a variação do coeficiente de transmissão (parâmetro S21) em função da frequência. Na Figura 27 é mostrada a resposta em frequência para a FSS,

apresentando uma boa concordância entre resultados medidos e numéricos. Como se trata de uma geometria simétrica, apenas a resposta da polarização horizontal (polarização x) é apresentada.



Figura 27 - Resposta em frequência, S21 (dB) × Freq. (GHz), pol. X

Fonte: O autor

Como mostrado na Figura 27, a FSS proposta exibe duas bandas de ressonância. Na primeira banda de ressonância, o resultado medido para a frequência é de 1,79 GHz, com uma largura de banda de 0,42 GHz e uma perda de inserção de 28,03 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 1,82 GHz, com uma largura de banda de 0,54 GHz e uma perda de inserção de 36,116 dB. Na segunda faixa de ressonância, o resultado medido para a frequência é de 4,731 GHz, com uma largura de banda de 1,43 GHz e uma perda de inserção de 35,14 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 4,79 GHz, com uma largura de banda de 1,48 GHz e uma perda de inserção de 35,60 dB

Quando comparados aos resultados medidos e numéricos, as frequências de ressonância calculadas apresentaram uma diferença inferior a 2%, o que é uma boa aproximação para uma otimização numérica posterior.

Foram realizadas medições e simulações das estruturas para diferentes ângulos de incidência de onda, a fim de verificar a influência da variação angular nas respostas em frequência das FSS e assim verificar a estabilidade das mesmas. Os ângulos de incidências ( $\theta$ ) determinados nas análises simuladas e experimentais foram de 0° a 30°, isso decorreu em virtude do tamanho relativamente pequeno das FSS e das características do *setup* de medição usado. A seguir serão ilustrados todos os resultados obtidos nas análises simuladas e experimentais, bem como, o comparativo realizado entre eles para a FSS analisada neste trabalho. A Figura 28 ilustra os resultados obtidos nas análises experimentais da FSS com a variação angular de 0° a 30°.



Figura 28 - : pol. x, variação angular de 0º a 30º, medido

Fonte: O autor

A Figura 29 ilustra os resultados obtidos na análise simulada para a polarização x da FSS com a variação angular de 0° a 30°.



Figura 29 - : pol. x, variação angular de 0° a 30°, simulado.

Fonte: O autor

As Figura 30, 31, 32 e 33 ilustram a comparação dos resultados obtidos na análise simulada e experimental para a polarizações x da FSS com a variação angular de 0° a 30°.



Figura 30 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 0º

Fonte: o autor

Figura 31 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 10º



Fonte: O autor



Figura 32 - resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 20º

Fonte: O autor

Figura 33 - Resultados pol. x simulado e medido, variação angular de 30º



Fonte: O autor

De acordo com a Figura 31, para um ângulo de incidência de 10 °, na primeira banda de ressonância (Fr1), o resultado medido para a frequência de ressonância é de 1,79 GHz, com uma largura de banda (BW) de 0,45 GHz e uma perda de inserção de 27,83 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 1,82 GHz, com uma largura de banda de 0,55 GHz e uma perda de inserção de 36,15 dB. Na segunda banda de ressonância, o resultado medido para a frequência de ressonância é de 4,73 GHz, com largura de banda de 1,43 GHz e perda de inserção de 35,14 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 4,73 GHz, com largura de banda de 1,49 GHz e uma perda

Como mostrado na Fig. 32, para um ângulo de incidência de 20 °, na primeira banda de ressonância, o resultado medido para a frequência de ressonância é de 1,79 GHz, com uma largura de banda de 0,47 GHz e uma perda de inserção de 34,89 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 1,81 GHz, com uma largura de banda de 0,55 GHz e uma perda de inserção de 36,23 dB. Na segunda banda de ressonância, o resultado medido para a frequência de ressonância é de 4,76 GHz, com uma largura de banda de 1,61 GHz e uma perda de inserção de 34,59 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de 4,76 GHz, com uma largura de banda de 1,61 GHz e uma perda de inserção de 34,59 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência é de 4,77 GHz, com largura de banda de 1,53 GHz e uma perda de inserção de 36,12 dB.

De acordo com a Fig. 33, para um ângulo de incidência de 30 °, na primeira banda de ressonância, o resultado medido para a frequência de ressonância é de 1,71 GHz, com uma largura de banda de 0,48 GHz e uma perda de inserção de 30,41 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência de ressonância é de 1,81 GHz, com uma largura de banda de 0,56 GHz e uma perda de inserção de 37,05 dB. Na segunda banda de ressonância, o resultado medido para a frequência de ressonância é de 4,71 GHz, com uma largura de banda de 1,65 GHz e uma perda de inserção de 40,45 dB. O resultado simulado correspondente para a frequência é de 4,75 GHz, com uma largura de banda de 1,59 GHz e uma perda de inserção de 36,82 dB.

Os resultados simulados e medidos para a frequência de ressonância, largura de banda e perda de inserção da FSS, em diferentes ângulos de incidência oblíqua estão resumidos nas Tabelas 1 e 2, para a primeira e segunda bandas de ressonância, respectivamente. Conforme resumido nas Tabelas 4 e 5, os resultados simulados e medidos para a geometria proposta da FSS estão em boa concordância, enfatizando uma alta estabilidade angular nas duas bandas de ressonância.

	Valores Simulados		Valores Medidos			
θ	Fr1 (GHz)	BW (GHz)	S21(dB)	Fr1 (GHz)	BW (GHz)	S21(dB)
0°	1.82	0.54	-36.12	1.79	0.42	-28.03
10°	1.82	0.55	-36.15	1.79	0.45	-27.83
20°	1.81	0.55	-36.23	1.79	0.47	-34.89
30°	1.81	0.56	-37.05	1.71	0.48	-30.41

Tabela 4 - Resultados para a primeira frequência de ressonância

Fonte: O autor

Tabala 5 Degultadag	mara a comunda	fraguância	la raccomância
Tabela 5 - Resultados	Dara a segunda	nequencia (	ie ressonancia

θ	Valores Simulados		Valores Medidos			
	Fr2 (GHz)	BW (GHz)	S21(dB)	Fr2 (GHz)	BW (GHz)	S21(dB)
0°	4.79	1.48	-35.60	4.73	1.43	-35.14
10°	4.79	1.49	-35.71	4.73	1.43	-35.14
20°	4.77	1.53	-36.12	4.76	1.61	-34.59
30°	4.75	1.59	-36.82	4.71	1.65	-40.45

Fonte: O autor

## 5.2 Aplicações em sistemas de radar contra EMI

A Figura 34 demonstra a alocação da resposta em frequência da FSS em relação às bandas de frequência de radar no padrão IEEE que interessam a esse trabalho.



Figura 34 - Resposta em frequência em relação às bandas de radar IEE

Fonte: O autor

Usualmente, a relação entre dois níveis de potência, P1 e P2 em um sistema de microondas é expresso em decibéis como:

$$P = 10\log \frac{P_2}{P_1} dB$$
 (12)

No escopo desse trabalho, por tratar-se de um sistema de proteção contra interferências, adota-se que essa proteção ocorre com a reflexão de mais de 90% do sinal incidente. Desse modo, potência de sinal de entrada (P1) é 10 vezes a potência de sinal de saída (P2). Substituindo em (X), temos:

$$P = 10\log \frac{P_2}{10P_2} dB = -10 \text{ dB}$$
(13)

Desse modo, as faixas de frequência com S21 abaixo de -10db serão consideradas como bandas rejeitadas, conforme a Figura 35.



Figura 35 - Bandas rejeitadas e Banda passante

Fonte: O autor

Desse modo, é possível perceber que a FSS rejeita as faixas de frequências adjacentes à Banda S (2-4 GHz). As bandas de frequência influenciadas pela presença da FSS são explicitadas na Tabela 5, assim como a largura de banda e a alocação das mesmas de acordo com o padrão IEEE:

Tabela 0 - Flequencias de conte da FSS				
	Frequência de	Frequência de	BW (GHz)	
	1	1		
	corte 1 (GHz)	corte 2 (GHz)		
Banda I	1 50	2.05	0.55	
Danua L	1.50	2.05	0,55	
Damas C	4.00	5.40	1.40	
Banca C	4.00	5.49	1,49	

abela 6 - Frequências de corte da FSS

Fonte: O Autor

#### 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

#### 6.1 CONCLUSÃO

Esta dissertação teve por objetivo apresentar a caracterização de uma FSS baseada na Curva de Sierpinski. A geometria foi descrita e suas respostas em frequência foram detalhadas. A terceira iteração desse fractal foi utilizada para projetar a geometria do *patch* condutor. A FSS foi projetada para aplicações em sistemas de radar, na proteção contra possíveis interferências causadas por sinais de frequências adjacentes à banda S. Essa proteção é possível através do comportamento rejeita-banda e *dual-band* da estrutura, filtrando as frequências entre 1.50 GHz e 2.05 GHz, e também entre 4.00 GHz e 5.49 GHz, pertencendo às bandas L e C, respectivamente.

Com esse propósito, realizou-se uma revisão bibliográfica, abordando aspectos importantes sobre a teoria das FSS: conceitos gerais, aspectos construtivos, geometrias usuais, aplicações, técnicas de análise e de medição.

Um procedimento prático de projeto foi realizado, através de uma analogia da FSS com um guia de ondas coplanar (CPW), de modo a determinar o valor aproximado da primeira frequência de ressonância e logo após analisar numericamente as demais ressonâncias. Essa análise foi feita através de uma rotina que calcula e armazena o coeficiente de transmissão e sua magnitude, a partir dos valores das suceptâncias e admitâncias da FSS, obtidas através da inserção dos parâmetros estruturais da mesma no código.

Foram realizadas ainda medições e simulações das estruturas para uma variação angular de 0° a 30° e verificou-se que as variações angulares usadas não alteraram a faixa de interesse da frequência, que se manteve praticamente estável aos resultados medidos inicialmente, sem a variação angular. Quando comparados aos resultados medidos e numéricos, as frequências de ressonância calculadas apresentaram uma diferença inferior a 2%, o que é uma boa aproximação para uma otimização numérica posterior

Desse modo, observou-se uma grande concordância nos resultados numéricos e experimentais obtidos.

#### 6.2 TRABALHOS FUTUROS

Como proposta para continuidade nesta dissertação, novas pesquisas podem ser desenvolvidas com base na utilização da geometria Curva de Sierpinski. Nesse contexto, é possível a conversão da mesma em uma FSS reconfigurável, objetivando a redistribuição da corrente de superfície através da interconexão entre os ramos do patch utilizando diodos, modificando a resposta da FSS.

Outra possibilidade é avaliar a aplicação prática da FSS Curva de Sierpinski em sistemas de radar que operam na banda S, de modo a corroborar a validade da mesma em termos de atenuação de sinais operacionais. Além disso, é possível analisar a influência direta da aplicação em radomes, arranjos de antenas, ou ainda antenas inteligentes.

#### REFERENCIAS

[1] HOPKINSON, Francis; RITTENHOUSE, David. An optical problem, proposed by Mr. Hopkinson, and solved by Mr. Rittenhouse. **Transactions of the American Philosophical Society**, v. 2, p. 201-206, 1786.

[2] OLIVEIRA, Manuelle Regina Tavares de et al. **Superfície Seletiva de Frequência Reconfigurável (RFSS) baseada em Dipolo Cruzado**. 2016. 121f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

[3] GUSTAFSSON, Mats. RCS reduction of integrated antenna arrays and radomes with resistive sheets. In: Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE. IEEE, 2006. p. 3479-3482.

[4] ROMEU, Jordi; RAHMAT-SAMII, Yahya. Fractal FSS: A novel dual-band frequency selective surface. **IEEE Transactions on antennas and propagation**, v. 48, n. 7, p. 1097-1105, 2000.

[5] MOHAMMADI, Laya; KOH, Kwang-Jin. A notch-feedback based 4 th-order 2–4 GHz bandpass filter system for S-band radar receiver protection under the LTE and radar coexistence. In: Microwave Symposium (IMS), 2017 IEEE MTT-S International. IEEE, 2017. p. 1664-1667.

[6] WEISSTEIN, Eric W. "Sierpiński Curve." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Disponível em <a href="http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiCurve.html">http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiCurve.html</a> a em 21 de outubro de 2018

[7] AL-JOUMAYLY, Mudar A.; BEHDAD, Nader. Low-profile, highly-selective, dualband frequency selective surfaces with closely spaced bands of operation. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 58, n. 12, p. 4042-4050, 2010.

[8] MUNK, Ben A. Frequency selective surfaces theory and design. john Wiley&Sons. **Inc**, 2000.

[9] WU, Te-Kao (Ed.). Frequency selective surface and grid array. Wiley-Interscience, 1995.

[10] MITTRA, Raj; CHAN, Chi H.; CWIK, Tom. Techniques for analyzing frequency selective surfaces-a review. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 12, p. 1593-1615, 1988.

[11] SILVA NETO, Valdemir P. et al. Analysis and design of fractal-like circular patch elements for miniaturized and stable FSSs. In: Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2015 SBMO/IEEE MTT-S International. IEEE, 2015. p. 1-4.

[12] SAGAN, Hans; CURVES, Space-Filling. Springer-Verlag, New York, 1994. **ISBN: 0-387-94265-3**.

[13] BRUNI, Vittoria; DE CANDITIIS, Daniela; VITULANO, Domenico. Phase information and space filling curves in noisy motion estimation. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 7, p. 1660-1664, 2009.

[14] DE OLIVEIRA, M. R. T. et al. RFSS based on cross dipole or grid using PIN diode. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 59, n. 9, p. 2122-2126, 2017.

[15] CRNOJEVIC-BENGIN, Vesna; RADONIC, Vasa; JOKANOVIC, Branka. Fractal geometries of complementary split-ring resonators. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 56, n. 10, p. 2312-2321, 2008.

[16] MITTRA, Raj; CHAN, Chi H.; CWIK, Tom. Technique
 s for analyzing frequency selective surfaces-a review. Proceedings of the IEEE, v. 76, n. 12, p. 1593-1615, 1988.

[17] ZABRI, Siti Normi. Study of thin resistively loaded FSS based microwave absorbers. 2015. Tese de Doutorado. QUEEN" S UNIVERSITY BELFAST.

[18] LANGLEY, Richard J.; PARKER, Edward A. Equivalent circuit model for arrays of square loops. **Electronics Letters**, v. 18, n. 7, p. 294-296, 1982.

[19 LANGLEY, Richard J.; PARKER, Edward A. Double-square frequency-selective surfaces and their equivalent circuit. **Electronics Letters**, v. 19, n. 17, p. 675-677, 1983.

[20] LEE, Chi Kwan; LANGLEY, R. J. Equivalent-circuit models for frequency-selective surfaces at oblique angles of incidence. In: **IEE Proceedings H-Microwaves, Antennas and Propagation**. IET, 1985. p. 395-399.

[21] PARKER, Edward A.; VARDAXOGLOU, J. C. Plane-wave illumination of concentric-ring frequency-selective surfaces. In: **IEE Proceedings H-Microwaves, Antennas and Propagation**. IET, 1985. p. 176-180

[22] MITTRA, Raj; HALL, R.; TSAO, Chich-Hsing. Spectral-domain analysis of circular patch frequency selective surfaces. **IEEE transactions on antennas and propagation**, v. 32, n. 5, p. 533-536, 1984.

[23] CHANG, T. K.; LANGLEY, Richard J.; PARKER, E. An active square loop frequency selective surface. **IEEE Microwave and Guided Wave Letters**, v. 3, n. 10, p. 387-388, 1993.

[24] DE OLIVEIRA, M. R. T. et al. RFSS based on cross dipole or grid using PIN diode. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 59, n. 9, p. 2122-2126, 2017.

[25] LEITÃO, Mário Jorge M. Sistemas de Comunicação por Satélite. Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Portugal,[Sd]. Disponível em <https://web.fe.up.pt/~mleitao/SRCO/Teoricas/SRCO\_RAD.pdf > acesso em 31 de outubro de 2010

[26] CONWAY, John H.; SLOANE, Neil JA; WILKS, Allan R. Gray codes for reflection groups. **Graphs and combinatorics**, v. 5, n. 1, p. 315-325, 1989. Disponivel em

<http://standards.ieee.org/findstds/standard/521-2002.html> acesso em 19 de outubro de 2018.

[27] LEE, Shung-Wu; ZARRILLO, Gino; LAW, Chak-Lam. Simple formulas for transmission through periodic metal grids or plates. **IEEE Transactions on antennas and propagation**, v. 30, n. 5, p. 904-909, 1982.

[28] ZARRILLO, G. I. N. O.; AGUIAR, Kevin. Closed-form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface. **IEEE transactions on antennas and propagation**, v. 35, n. 12, p. 1406-1417, 1987.

[29] HUANG, John; WU, Te-Kao; LEE, Shung-Wu. Tri-band frequency selective surface with circular ring elements. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 42, n. 2, p. 166-175, 1994.

[30] HARMS, Paul; MITTRA, Raj; KO, Wai. Implementation of the periodic boundary condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 42, n. 9, p. 1317-1324, 1994.

[31] WEILE, Daniel S.; MICHIELSSEN, Eric; GALLIVAN, Kyle. Reduced-order modeling of multiscreen frequency-selective surfaces using Krylov-based rational interpolation. **IEEE transactions on antennas and propagation**, v. 49, n. 5, p. 801-813, 2001.

[32] WEILE, Daniel S.; MICHIELSSEN, Eric. Analysis of frequency selective surfaces through the blazing onset using rational Krylov model-order reduction and Woodbury singularity extraction. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 49, n. 10, p. 1470-1478, 2001.

[33] BOZZI, Maurizio et al. Efficient analysis of quasi-optical filters by a hybrid MoM/BI-RME method. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 49, n. 7, p. 1054-1064, 2001.

[34] PELOSI, Giuseppe; COCCHI, Alessandro; SELLERI, Stefano. Electromagnetic scattering from infinite periodic structures with a localized impurity. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 49, n. 5, p. 697-702, 2001.

[35] MANARA, Giuliano; MONORCHIO, Agostino; MITTRA, R. Frequency selective surface design based on genetic algorithm. **Electronics Letters**, v. 35, n. 17, p. 1400-1401, 1999.

[36] CHAKRAVARTY, Sourav; MITTRA, Raj; WILLIAMS, Neil R. On the application of the microgenetic algorithm to the design of broad-band microwave absorbers comprising frequency-selective surfaces embedded in multilayered dielectric media. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 49, n. 6, p. 1050-1059, 2001.

[37] ITOH, Tatsuo. Spectral domain immitance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines. **IEEE transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 28, n. 7, p. 733-736, 1980.

[38] ITOH, Tatsuo; MITTRA, Raj. Spectral-domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines (short papers). **IEEE transactions on microwave theory and techniques**, v. 21, n. 7, p. 496-499, 1973.

[39] SILVA, Maurício Weber Benjó da et al. Superfícies seletivas em frequência-FSS: concepção e projeto de absorvedores planares de micro-ondas para aplicação em WLAN, WIMAX e radar. Programa de Pos Graduação em Engenharia Elétrica (Mestrado).99f. Universidade de Campinas, 2014.

[40] SAGAN, Hans; CURVES, Space-Filling. Springer-Verlag, New York, 1994. **ISBN:** 0-387-94265-3.

[41] GARDNER, Martin. **Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers: And the Return of Dr Matrix**. Cambridge University Press, 1997.

[42] MCVAY, John; ENGHETA, Nader; HOORFAR, Ahmad. High impedance metamaterial surfaces using Hilbert-curve inclusions. **IEEE Microwave and Wireless components letters**, v. 14, n. 3, p. 130-132, 2004.

[43] VAY, John Mc; HOORFAR, A. hmad; ENGHETA, Nader. Special Section: 2004 International Pisa Symposium on Electromagnetic Theory-RS6S03-Peano high-impedance surfaces (DOI 10.1029/2004RS003197). **Radio Science**, v. 40, n. 6, 2005.

[44] DIXON, A. R.; KIRBY, G. H.; WILLS, Derek PM. Artificial planets with fractal feature specification. **The Visual Computer**, v. 15, n. 3, p. 147-158, 1999.

[45] FEDER, Jens. Fractals New York. NY: Plenum, 1988.

[46] FALCONER, K. J. Fractal geometry: Mathematical foundations and applications. John Wiley & Sons, Chichester, UK. **Fractal geometry**: Mathematical foundations and applications. 2nd ed. John Wiley & Sons, Chichester, UK., p. -, 2003..

[47] WEISSTEIN, Eric W. "Sierpiński Curve." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Disponível em <a href="http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiCurve.html">http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiCurve.html</a> a em 21 de outubro de 2018

[48] SIMONS, Rainee N. Coplanar waveguide circuits, components, and systems. John Wile y & Sons, 2004.

[49] AppCAD, Aplicativo CAD. Disponível em < http://www.hp.woodshot.com.> Acesso em 4 setembro de 2018.

[50] APPMicrowaves. Aplicativo Microwaves101 . Disponivel em < http://www.microwaves101.com/encyclopedia/calcpw.cfm. > Acesso em 4 Maio 2018

[51] NEGRI, Marília Gomes et al. **Introdução ao estudo dos fractais**. Programa de Pos Graduação da Universidade Federal de Goiás. (Dissertação) 101f. 2014.

[52] BROCCOLI, Romanesco. Fracta. Disponível em

<https://cargocollective.com/annabelking/Fractal-1-Romanesco-Broccoli> Acesso em 01 de outubro de 2018

[53] SILVA, Crislane Priscila Do Nascimento. **Interferômetro Baseado Na Geometria Fractal De Hilbert**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco (Dissertação) 98f, 2016.

[54] ck 12 Self – Similarity and Fractal. Disponível em

<a href="https://www.ck12.org/geometry/self-similarity-and-fractals/lesson/Self-Similarity-BSC-GEOM/?referrer=concept\_details">https://www.ck12.org/geometry/self-similarity-and-fractals/lesson/Self-Similarity-BSC-GEOM/?referrer=concept\_details</a> Acesso em 25 de outubro de 2018.

[55] DO NASCIMENTO CRUZ, Josiel. Caracterização de FSS com Geometria Matrioska Aberta. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Paraíba, Brasil, Dissertação de Mestrado, 2015.

[56] Wikikand **Sierpinski Curve**. Disponível em <a href="http://www.wikiwand.com/en/Sierpi%C5%84ski\_curve">http://www.wikiwand.com/en/Sierpi%C5%84ski\_curve</a>> acesso em 08 de outubro de 2018

[57] SILVA FILHO, Hawson Virgilio Honorio. **Superfície Seletiva Em Frequência Multibanda Baseada Na Geometria Cruz De Jerusalém.** Recife, 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrica. Universidade Federal de Pernambuco