



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS
CURSO DE BACHARELADO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS

ADERÊNCIA DE PREMISSAS DEMOGRÁFICAS EM UM FUNDO DE PENSÃO

ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA

Recife, 2015

ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA

ADERÊNCIA DE PREMISSAS DEMOGRÁFICAS EM UM FUNDO DE PENSÃO

Monografia apresentada ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Atuariais sob orientação do Prof. Filipe Costa de Souza.

Recife, 2015

AGRADECIMENTOS

À Deus por mais essa conquista;

À minha família por me apoiar nessa caminhada;

À Ana que se tornou uma segunda mãe para mim;

Ao Professor Filipe Costa que foi de extrema importância para a conclusão desse trabalho;

Ao Professor Cícero Rafael pela sugestão do tema;

À Atuária Natália Moreira e ao Professor Wilton Bernardino por fazerem parte da minha banca;

À toda a equipe do meu local de estágio pelo apoio que recebi;

Ao Professor Charles Carmona que me ajudou bastante com seus conselhos;

Ao Fundo de Pensão que forneceu os dados;

Aos meus professores da Universidade que foram importantes na minha formação;

À Mariana pela eficiência;

Aos meus amigos da época do colégio, Jimmy, Daniel, Pedro, Vaz, Marcel, Matheus, entre outros, pela amizade de tantos anos;

Aos amigos da geral, Rodolpho, Alexandre, Phillipe, Jefferson, Andrea, Paulo Barbosa, Paulo Campelo, Heitor, Pablo, César e Luciano, que me acompanharam durante essa jornada;

À Gabi, Rafael e Renata que foram meus companheiros de Área II e sempre estiveram dispostos a tirar minhas dúvidas;

Aos meus outros amigos de curso que fizeram parte do meu dia-dia durante esses anos;

Aos meus amigos Isabella, Lucas e Thiago que proporcionaram momentos especiais.

*“A verdadeira viagem do descobrimento
consiste não em ver novas terras, mas em
ver com novos olhos.”*

Proust

RESUMO

Essa monografia teve como objetivo testar a aderência de três premissas biométricas: Mortalidade de Válidos, Mortalidade de Inválidos e Entrada em Invalidez. Para isto, foram selecionadas quatro tábuas para cada hipótese atuarial. A metodologia desse trabalho se baseou em três procedimentos: o teste Qui-Quadrado, o Desvio Quadrático Relativo Médio e o teste de Kolmogorov-Smirnov. Após esses cálculos, as tábuas AT-83 (para mortalidade de válidos), Grupal Americana (para mortalidade de inválidos) e Álvaro Vindas (para entrada em invalidez) se mostraram as mais aderentes à massa do fundo de pensão.

Palavras-chave: aderência; fundo de pensão; premissas demográficas.

ABSTRACT

This monograph had the goal of testing the adherence of three biometric assumptions: Mortality for healthy lives, Mortality of disabled lives and Disability. For this purpose, four tables were selected for each actuarial assumption. The methodology of this work was based on three procedures: the Chi-Square test, the relative mean-square error and the Kolmogorov-Smirnov test. After these calculations, the AT-83 (mortality for healthy lives), Grupal Americana (mortality of disabled lives) and Alvaro Vindas (disability) were the most adherent to the pension fund population.

Keywords: adherence; pension fund; demographic assumptions.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos Gerais.....	2
1.2 Objetivos Específicos	2
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	3
2.1 Fundos de Pensão.....	3
2.2 Premissas Atuariais	7
3. METODOLOGIA	15
3.1 Metodologia	15
3.2 Tábuas Biométricas	18
4. BASE DE DADOS.....	21
4.1 Resumo Geral dos Dados.....	21
5. RESULTADOS	26
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	33
REFERÊNCIAS	35
APÊNDICE.....	40

1. INTRODUÇÃO

A qualidade de vida futura tem se tornado, cada vez mais, um item de preocupação para as famílias brasileiras. A fase de aposentadoria, ou seja, o momento de fruição de benefícios no período de inatividade surge como um exemplo do interesse da população com o seu futuro. Esta informação pode ser ratificada pelo aumento da expectativa de vida para 74,9 anos, de acordo com Brasil (2014b), e pela insuficiente concessão de benefícios do sistema público, citada por Coelho e Camargos (2012).

Em virtude deste cenário atual, as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs) ou, simplesmente, Fundos de Pensão, aparecem como uma alternativa para amenizar problemas financeiros. Segundo Dias (2008), uma EFPC tem bastante relevância nacional, pois ela ajuda a manter o bem-estar do indivíduo e familiares, além de ser importante para o país, devido à capacidade da entidade em fazer grandes investimentos no mercado financeiro e em adquirir títulos públicos.

Um Fundo de Pensão bem estruturado e comprometido com o capital de seus participantes, prima pelos equilíbrios financeiro e atuarial. Este último se refere ao nivelamento, em longo prazo, entre receita e obrigações, cujos valores são determinados através de cálculos atuariais. Pinheiro (2005) destaca a falta de precisão para obtenção deste equilíbrio, pois são levadas em conta, para a realização dos cálculos, hipóteses as quais não se há certeza, as chamadas de premissas atuariais.

A partir da grande relevância que essas variáveis atuariais têm para o bom andamento de uma fundação, somada ao fato de não existir muito material sobre esse tema na literatura¹, torna-se interessante a realização de um estudo para aprofundar o conhecimento acerca dessas premissas, sendo as demográficas² o foco dessa monografia.

Esse trabalho está dividido da seguinte forma. No Capítulo 2 é feita a revisão da literatura do referido assunto, o qual está subdividido em Fundos de Pensão e Premissas Atuariais. O terceiro capítulo exemplifica a metodologia utilizada para a

¹ Os estudos de Maia *et al* (2010) e Pinheiro (2005) são os únicos que se referem à aderência de premissas. O primeiro tem uma abordagem mais sucinta, enquanto o segundo é mais detalhado e, por isso, é o trabalho de maior destaque.

² Para este trabalho, premissas demográficas e biométricas são sinônimas.

realização dos testes propostos e apresenta as tábuas biométricas utilizadas. No Capítulo 4 estão descritos e comentados os dados que serviram como base para a realização dos procedimentos estatísticos. No Capítulo 5 são exibidos e discutidos os resultados. No sexto e último capítulo, são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

1.1 Objetivos Gerais

Este estudo tem como objetivo a aplicação de métodos estatísticos para testar a aderência de premissas demográficas dos planos de Contribuição Definida e Benefício Definido de um grande fundo de pensão, situado no Nordeste brasileiro. As hipóteses escolhidas para análise foram: Mortalidade de Válidos, Mortalidade de Inválidos e Entrada em Invalidez.

Espera-se, com esse trabalho, contribuir para uma literatura ainda escassa e incentivar a discussão sobre o tema, bem como produzir um estudo de caráter contributivo para a fundação que forneceu os dados.

1.2 Objetivos Específicos

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram realizados os seguintes procedimentos:

- Revisão da literatura;
- Coleta e descrição dos dados;
- Realização dos seguintes procedimentos estatísticos para verificação da aderência: teste Qui-Quadrado, Desvio Relativo Quadrático Médio, teste de Kolmogorov-Smirnov;
- Discussão dos Resultados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Fundos de Pensão

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs), ou Fundos de Pensão, são organizadas como fundações sem fins lucrativos e que têm como finalidade administrar planos de benefícios dos participantes (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013). Boulier e Dupré (2003) ressaltam que essas entidades, além de não almejem obtenção de lucro, realizam investimentos de longo prazo de modo que seja alcançado o equilíbrio atuarial³.

Os fundos de pensão estão sob responsabilidade do Ministério da Previdência Social (MPS), por meio do Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC), da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), da Secretaria de Políticas da Previdência Complementar (SPPC) e da Câmara de Recursos da Previdência Complementar (CRPC), responsáveis pela regulação, fiscalização, formulação de políticas, e apreciação de recursos administrativos, respectivamente (REIS, 2014).

De acordo com Paixão (2006), a história das EFPCs no Brasil se divide em três fases: a da forma de associação, a da Lei nº 6.435/77 e, por fim, a da modernização da legislação. A primeira fase se refere ao surgimento, em 1904, da Caixa de Previdência (CAPRE) ligada ao Banco da República. Ainda segundo o autor, esta fundação surgiu como forma de associação e que a única finalidade era garantir suporte ao herdeiro do funcionário.

Um avanço significativo acerca dos fundos de pensão se deu na segunda metade da década de 1960. Nesse período, houve um crescimento no ciclo econômico brasileiro, que posteriormente viria a acarretar no chamado Milagre Econômico (MORAES, 2004). Esse cenário foi um fator que alavancou o Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro devido à inovação em diversas áreas, principalmente, no setor industrial. Afonso (1996 *apud* Pinheiro, 2009) afirma que toda essa ascensão na economia brasileira foi o elemento preponderante para a criação de

³ Segundo Torres *et al* (2010), o equilíbrio atuarial corresponde à capacidade do fundo de honrar os compromissos em longo prazo, ou seja, que as receitas e os gastos, no futuro, sejam compatíveis. Pereira, Miranda e Silva (1997) adicionam que não há como avaliar com perfeição esse equilíbrio, pois ele engloba diversos parâmetros probabilísticos.

diversas fundações ligadas às empresas estatais como, por exemplo, PREVI/BB (Banco do Brasil), PETROS (Petrobrás), ELETROS (Eletrobrás).

A criação das entidades foi uma idéia inovadora e de extrema relevância para a sociedade, bem como para o cenário econômico. De acordo com Baima (1998, p.20):

Os fundos de pensão exercem um importante papel na economia, em vários aspectos, tanto do ponto de vista social, pelos benefícios que proporcionam aos seus participantes e pelo papel que desempenham na criação de empregos, quanto do econômico, por serem o mais importante investidor institucional, dispondo de recursos aplicados a longo prazo, essenciais à formação bruta de capital fixo da economia [...].

As EFPCs tiveram seu marco legal e, conseqüentemente, sua segunda fase, através da Lei nº 6.435 de 15 de Julho de 1977. Paixão (2006, p.1) afirma que:

Seu objetivo foi disciplinar os fundos de pensão enquanto entidades captadoras de poupança popular, estimulando seu crescimento de modo que pudessem canalizar investimentos para aplicações em Bolsa de Valores.

Para Paixão (2006), a terceira fase se inicia com a implementação da Emenda Constitucional nº 20/98. Foi através dela que a Previdência Complementar deu grandes passos, ou seja, teve sua legislação aprimorada. O autor ressalta que devido a essa Emenda, uma nova redação foi dada para o Artigo 202 da Constituição Federal:

Art. 202 O regime de previdência privada, de caráter complementar e organizado de forma autônoma em relação ao regime geral de previdência social, será facultativo, baseado na constituição de reservas que garantam o benefício contratado, e regulado por lei complementar (BRASIL, 1988).

Pinheiro (2005) ressalta a importância do Artigo 202, pois foi ele que aprovou a criação de duas leis bastante importantes para o cenário da Previdência Complementar: A Lei Complementar nº 109/01 e Lei Complementar nº 108/01. Conforme o autor:

[...] a Lei Complementar nº 109/01 revogou a Lei nº 6.435/77 e definiu as regras gerais sobre previdência complementar no Brasil, e a Lei Complementar nº 108/01 dispôs sobre a relação entre as patrocinadoras de

empresas públicas, sociedades de economia mista e o ente federado, e seus respectivos fundos de pensão [...]. (PINHEIRO 2005, p.15)

Quadros (2004) ratifica a importância desta Lei ao citar que, a partir dela, organizações, sindicatos e associações conseguiram o direito de criar um plano de benefícios para seus empregados.

Ademais, as mudanças na Previdência Social provenientes das Leis nº 108/01 e nº 109/01, oriundas da EC nº 20/98, tiveram seus devidos impactos nas EFPCs. Cazassa (2002, *apud* Coelho e Camargos, 2012 p. 278) indica que:

As reformas na previdência social, que acabam por delinear mais limitações para obtenção de benefícios, com tetos cada vez menores, fazem com que a previdência complementar passe a ser considerada como uma necessidade básica.

Ainda segundo este autor, essa necessidade de adquirir um plano de previdência se dá pela perda do valor real de benefícios concedidos pelo INSS (Instituto Nacional de Seguridade Social). A conveniência de um fundo de pensão também pode ser vista como um item de segurança para o ser humano, pois a sociedade busca, hoje em dia, mitigar ao máximo os riscos que estão correndo. Segundo Pinheiro (2005, p.24):

Em níveis diferentes, o indivíduo se preocupa permanentemente consigo próprio, com a sua família e com o grupo social no qual está inserido. Esse sentimento de insegurança se manifesta pelos enormes riscos que afetam a sobrevivência da população desde a sua origem até os dias de hoje e tem desdobramento nos seus aspectos físicos (enfermidades e mortes) e econômicos (doenças profissionais, desemprego, problemas financeiros familiares).

Outra reforma importante na Previdência Social, que altera alguns dispositivos constitucionais no âmbito público, vem a partir da Emenda Constitucional nº 41/03. Ela estreita a relação entre o Regime Geral de Previdência Social (RGPS) e o Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) e tem como principais mudanças o fim da paridade de integralidade dos servidores públicos, além da modificação na forma de cálculo de aposentadorias e pensões, que passaria a ser igual à do RGPS. (MARINHO E AFONSO, 2014).

Somada a este novo cenário ocasionado pela EC nº 41/03, está a Lei nº 12.618 de 30 de Abril de 2012 que provocou mudanças significativas para o serviço

público federal. Ficou decidido que os servidores federais passariam a ter os benefícios futuros limitados pelo teto do Regime Geral de Previdência Social. Em contrapartida, Marinho e Afonso (2014) comentam que a Lei deu a possibilidade de criação de planos de previdência fechados. Com isso, foram instituídos três fundos de pensão denominados Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal para cada Poder: FUNPRESP-EXE, FUNPRESP-JUD e FUNPRESP-LEG.

No que tange, sobretudo, os benefícios programáveis⁴, existem nos fundos de pensão, basicamente, três modalidades de planos: Benefício Definido (BD), Contribuição Definida (CD) e Contribuição Variável (CV) ou Plano Misto.

A Resolução CGPC nº16, de 22 de Novembro de 2005 normatiza o plano BD da seguinte forma:

Art 2º Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido aquele cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013 p.195).

Torres *et al* (2007) resumem esta definição ao comentar que um plano se caracteriza como BD quando a forma de obtenção do benefício já é acordada desde o princípio do contrato. Desse modo, o indivíduo tem conhecimento da provável suplementação que vai receber desde o começo do período laboral. Lima e Rodrigues (2014) destacam o nível de dificuldade em manter o plano BD equilibrado devido, principalmente, aos riscos atuariais atrelados.

Outro tipo de plano comumente abordado é o de Contribuição Definida. Neste caso, Conde e Ernandes (2007) explicam que o benefício do indivíduo só será conhecido no momento da concessão, pois nesta modalidade o que importa é o saldo de conta. A pessoa contribui conforme sua capacidade de poupar, de modo que o acúmulo de capital será decisivo para a definição da suplementação do participante (LIMA E RODRIGUES, 2014).

Há, ainda, o tipo CV que corresponde a uma junção dos tipos anteriormente citados. Pinheiro (2010) afirma que na fase de acumulação se utilizam

⁴ Benefício programado é aquele esperado após um tempo de contribuição como, por exemplo, aposentadoria por tempo de contribuição ou idade. Enquanto o Benefício não programado, comumente chamado Benefício de Risco, é aquele cuja concessão depende de acontecimentos não previsíveis, tais como, aposentadoria por invalidez, pensão por morte, etc (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013).

características do plano CD, já na etapa de fruição é preferível o BD. Silva, Chan e Martins (2007, p.74) ratificam: “Cabe esclarecer que Planos CV são estruturados a partir de uma combinação das características dos Planos BD e CD, sendo, normalmente, financeiros durante a fase de acumulação, e atuarial na fase de percepção de benefícios”. Os autores reforçam que o equilíbrio atuarial está ligado ao plano BD, pois este pode gerar déficit ou superávit. Em contrapartida, o plano CD se sustenta no saldo de conta do indivíduo e, portanto, não há possibilidade de déficits e/ou superávits. Nobel (2011 *apud* Silva, Chan e Martins 2007, p.53) ressalta:

O plano de benefício definido se caracteriza pelo compromisso assumido pela entidade de previdência em pagar benefícios preestabelecidos, principalmente o benefício de aposentadoria, após a aquisição deste direito por parte do beneficiário. Para poder cumprir suas obrigações futuras, este tipo de plano precisa estar em constante equilíbrio atuarial, ou seja, não deve apresentar déficit atuarial.

2.2 Premissas Atuariais

Inerentes aos fundos de pensão estão as hipóteses atuariais, que integram a lista de itens⁵ essenciais para a avaliação atuarial de uma fundação. Segundo Winklevoss (1993), essas variáveis influenciam os custos e o passivo atuarial de qualquer plano de benefício dos fundos de pensão. Para Rodrigues (2008), o cenário ideal de um plano é aquele em que as estimativas feitas tenham um grau de segurança considerável e, conseqüentemente, venham corresponder aos eventos que irão acontecer. As hipóteses atuariais, portanto, são utilizadas para prever um cenário financeiro-atuarial. Chan, Silva e Martins (2006, p. 83) definem, sucintamente:

As premissas atuariais correspondem a um conjunto de estimativas que se espera realizar em um determinado período e com razoável nível de segurança. Entretanto, por se tratar de um evento futuro, incorpora o caráter incerto, sendo, portanto, passível de variações e ajustes ao longo do tempo.

De acordo com Pinheiro (2005), existem três tipos de premissas atuariais: As econômicas, as demográficas e um terceiro que ele denomina de outras. Rodrigues

⁵ Além das hipóteses atuariais, fazem parte dessa lista: a base de dados, o plano de benefícios, o regime financeiro, o método atuarial adotado, entre outros.

(2008) também utiliza uma classificação semelhante, mas nomeia o penúltimo e o último tipo como premissas biométricas e genéricas, respectivamente. O Quadro 2.2.1 mostra a comparação entre os autores com as respectivas subdivisões das hipóteses.

Quadro 2.2.1: **Premissas atuariais na visão de Pinheiro (2005) e Rodrigues (2008)**

Tipos	Pinheiro (2005)	Rodrigues (2008)
Econômicas	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Taxa de Juros ➤ Rentabilidade de Investimentos ➤ Salários (incluindo escala de mérito e ganhos de produtividade) ➤ Valor do Benefício da Previdência Social ➤ Inflação 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Inflação de Longo Prazo ➤ Ganho Real de Investimentos ➤ Escala de Ganhos Reais ➤ Indexador de Benefícios ➤ Teto de Benefício do Sistema Público ➤ Custeio Administrativo
Demográficas (Biométricas)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Mortalidade (de válidos e inválidos) ➤ Entrada em Invalidez ➤ Geração Futura de Novos Entrados ➤ Rotatividade ➤ Composição Familiar 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Mortalidade de Válidos ➤ Mortalidade de Inválidos ➤ Entrada em Invalidez ➤ Rotatividade
Outras (Genéricas)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Idade da Aposentadoria ➤ Idade de Entrada no emprego ➤ Taxa de Contribuição 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Composição Familiar ➤ Idade Presumida de Aposentadoria ➤ Idade de Entrada no Emprego ➤ Idade de Adesão ao Sistema Público de Aposentadoria ➤ Opcionais Formas de Escolha de Benefícios

Fonte: Elaboração própria com base em Pinheiro (2005) e Rodrigues (2008).

Os autores têm, basicamente, o mesmo pensamento a respeito das categorias das variáveis. Pinheiro lista as mesmas variáveis demográficas que

Rodrigues, além de incluir nesta categoria a Geração Futura de Novos Entrados e Composição Familiar.

Para um plano de benefícios, vale frisar a existência da Base Técnica Atuarial, que corresponde ao grupo de premissas utilizadas na avaliação do plano:

As hipóteses atuariais constituem as bases técnicas da avaliação atuarial de um plano de benefícios, representando um conjunto de estimativas de natureza demográfica, biométrica, econômica e financeira que, durante o período futuro considerado na avaliação do plano, espera-se que se realizem com um bom nível de segurança (BRASIL, 2012 p. 19).

Conde e Ernandes (2007) complementam essa definição ao citar as principais bases técnicas para cálculos atuariais: Tábuas Biométricas, Capacidade Salarial, Rotatividade, Entrada de Gerações Futuras, Crescimento Salarial e Taxa de Juros.

Para um fundo de pensão, a escolha das hipóteses atuariais tem que ser feita de maneira bastante comprometida. A Resolução CNPC nº 15 de 19 de Novembro de 2014 estabelece a necessidade de adequação das premissas com relação à massa:

Art 2º O item do Anexo à Resolução nº18, de 28 de Março de 2006, do Conselho de Gestão Previdência Complementar, passa a vigorar com a seguinte redação:

1. As hipóteses biométricas, demográficas e financeiras devem estar adequadas às características da massa de participantes e assistidos e do plano de benefícios de caráter previdenciário (BRASIL, 2014 p. 232).

Rodrigues (2008) salienta que o uso de premissas não condizentes com a realidade de um plano pode vir a acarretar em déficit técnico. O autor destaca que quando as variáveis adotadas são embasadas no bom senso, a probabilidade de problemas críticos de solvência do plano diminui. Pellicoli (2011, p.38) corrobora:

A discussão e escolha das premissas atuariais são uma tarefa que exige algo de arte da ciência atuarial: requer o afastamento do caminho preciso dos modelos matemáticos, trilhando-se pela natureza subjetiva das escolhas racionais.

Rodrigues (2008) apresenta uma lista de critérios em que a escolha das hipóteses deve se basear. Essa relação está descrita no Quadro 2.2.2.

Apoiando-se nesses fundamentos, o atuário adota as premissas atuariais apropriadas com o plano a fim de minimizar riscos associados. Desse modo, fica clara a necessidade de avaliação e gestão do risco, visto que isto é algo imprescindível em um fundo de pensão. Segundo Torres *et al* (2010, p.387): “[...] o gerenciamento de riscos de uma EFPC é um dos pilares para o alcance do chamado equilíbrio atuarial”. Portanto, situações arriscadas devem ser mitigadas com o objetivo de garantir a sustentabilidade do plano.

Quadro 2.2.2 - **Crítérios de escolha das premissas atuariais**

Crítério	Explicação
Conservadorismo	Uma dada premissa é conservadora se tende a produzir ganhos atuariais no presente tempo, isto é, a Reserva Matemática nesse tempo se apresenta superavaliada.
Consistência Retrospectiva	Uma premissa é considerada consistente retrospectivamente se estiver relacionada à experiência do Plano. O importante é que as premissas atuais não sejam significativamente diferentes das premissas passadas.
Consistência Prospectiva	Uma premissa é consistente prospectivamente se estiver relacionada a expectativas futuras. Deve-se considerar o cenário de curto e longo prazos para a escolha de premissas como fator de capacidade e taxa de crescimento salarial
Prudência	O atuário deve ter conhecimento do que os outros Fundos de Pensão estão adotando como premissa para cálculo das reservas, para que haja uniformidade de informações.
Precisão	Uma premissa é precisa se a diferença entre a experiência real e o conceito adotado for minimizada. Na verdade, ela é julgada como tal somente após os fatos se tornarem realidade, como a escolha do fator de capacidade ou a taxa de juros em determinado ano.
Flexibilidade	Uma premissa é flexível se estiver dentro de um intervalo, de tal sorte que possa ser modificada. De fato, a flexibilidade está associada à tolerância em relação ao mundo real.

Fonte: Elaboração própria com base em Rodrigues (2008)

A fim de diminuir os riscos demográficos, um tipo proveniente das premissas biométricas, fica perceptível a necessidade de um alto nível de reserva, visto que a longevidade é algo em ascensão nos dias de hoje (PINHEIRO, 2005). Para um plano BD, Pinheiro (2005) enfatiza um problema que viria à tona, caso o risco se

transforme em consequência: o déficit no plano. Por conseguinte, contribuições extraordinárias (suplementares) além da revisão dos custos normais seriam necessárias para sanar o déficit. Silva, Chan e Martins (2007, p.70) complementam:

Esse tipo de plano se caracteriza pela assunção do risco coletivo, baseado no conceito de mutualismo ou solidariedade. Assim, o equilíbrio desses tipos de plano pressupõe harmonia entre os valores das contribuições para fazer face aos compromissos assumidos.

Neves e Migon (2004) mostram ainda que uma alternativa para evitar prejuízos é a utilização de tábuas mais longevas, pois, desse modo, o plano adota uma postura mais conservadora.

Em contrapartida, o plano CD é mais simples e objetivo, pois nele a reserva de cada indivíduo é feita separadamente, ou seja, não há mutualismo⁶. O risco financeiro é característico neste tipo de plano, pois ele incide nos rendimentos de aplicações financeiras responsáveis pela composição da reserva (PINHEIRO, 2005). Este mesmo autor ressalta que uma forma de diminuir os riscos financeiros e demográficos, associados aos planos CD e BD, respectivamente, é a adoção do plano CV, ou misto.

O presente trabalho tem como foco as três principais hipóteses biométricas⁷, a saber: mortalidade de válidos, mortalidade de inválidos, e entrada em invalidez. No que se refere à mortalidade, Pinheiro (2005, p.52) afirma:

A variável mortalidade é utilizada para dimensionar o valor atual dos benefícios futuros cujo evento gerador pode ser a morte, produzindo o benefício de pensão por morte, como também pode ser a sobrevivência, ocasionando o benefício de aposentadoria por tempo de contribuição ou idade.

Pellicoli (2011) diz que estas premissas afetam diretamente os gastos do plano de benefícios, ou seja, seu uso incorreto e descomprometido pode acarretar em déficit. Com efeito, isso geraria um impacto no equilíbrio financeiro e atuarial do plano.

Por ser bastante sensível, a variável mortalidade deve representar efetivamente a massa do plano. Em virtude disto, Rodrigues (2008) ressalta a

⁶ Pelo menos para os benefícios programados.

⁷ A variável rotatividade não será analisada nesse trabalho, pois é determinada pela patrocinadora.

existência do Item 2 do Anexo da Resolução CGPC nº 18 de 28 de Março de 2006, o qual limita o uso das tábuas biométricas, a fim de se ter um melhor controle sobre as decisões das entidades. O referido item da Resolução impõe um limite mínimo na escolha da tabua de mortalidade geral:

2 A tábua biométrica utilizada para projeção da longevidade dos participantes e assistidos do plano de benefícios será sempre aquela mais adequada à respectiva massa, não se admitindo, exceto para condição de inválidos, tábua biométrica que gere expectativas de vida completa inferiores às resultantes da aplicação da tábua AT-83.

2.1 No plano de benefícios em que é utilizada tábua biométrica segregada por sexo, o critério definido neste item deverá basear-se na média da expectativa de vida completa ponderada entre homens e mulheres.

2.2 Observado o disposto no item 2, caso a tábua biométrica adotada seja resultante de agravamento ou desagravamento, estes deverão ser uniformes ao longo de todas as idades.

2.3 No plano de benefícios em vigor na data de publicação desta Resolução, que adote tábua biométrica que gere expectativas de vida completa inferiores às correspondentes a aplicação da tábua AT-83, a EFPC deverá promover implementação gradual ao disposto no item 2, até 31 de dezembro de 2008.

2.4 A adequação da tábua biométrica utilizada para projeção de longevidade deverá ser atestada por meio de estudo específico cujos resultados comprovem a aderência, nos três últimos exercícios, entre o comportamento demográfico da massa de participantes e assistidos vinculados ao plano e a respectiva tábua biométrica utilizada (MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2013 p. 197).

Pinheiro (2005) evidencia que a mortalidade geral é composta por outras duas variáveis: a mortalidade de válidos e inválidos. A primeira se refere aos indivíduos ativos e assistidos. A segunda está associada ao grupo de pessoas que não gozam de condições físicas e/ou mentais para trabalhar. Galé (1942 *apud* Rodrigues 2008) ressalta que as taxas de mortalidade de válidos e inválidos tendem a se nivelar com o tempo, visto que as pessoas conseguem se adaptar mais rapidamente ao novo estilo de vida e, conseqüentemente, se manterem longevas.

Entrada em Invalidez é uma premissa exclusivamente para um grupo de ativos. Rodrigues (2008, p.87) afirma que:

[...] Há um século, quando se declarava um trabalhador inválido, isso decorria de objetiva percepção de um estado de invalidez por decorrência de perda parcial ou total de membros, da incapacidade visual extrema, das doenças respiratórias etc. A invalidez, no entanto, transformou-se em direção a princípios não tão severos como os citados.

Rodrigues (2008) completa ao dizer que os avanços médicos e tecnológicos, de certa forma, tornaram difícil decidir se a pessoa está ou não inválida. Em virtude dessa inconsistência, o conceito de invalidez está sempre mudando. Além disso, a expectativa de vida do indivíduo inválido se torna maior, a cada ano, graças também aos avanços citados.

De acordo com Pinheiro (2005), a variável invalidez mostra o quantitativo da massa que está vulnerável ao risco de se invalidar sem completar a idade seguinte. O autor reforça o fato de que certas características pessoais como saúde, risco do trabalho e idade são fatores que podem deixar o indivíduo incapaz para a atividade laboral. Esta afirmação é ratificada por Cordeiro Filho (2009, p.185) que diz:

[...] Invalidez é uma forma de decremento da população estudada [...]. Poderá ser provocada por fatores de saúde naturais, como, por exemplo, a senilidade, alguma moléstia que venha a causar invalidez ou, ainda, por acidente.

Miller e Courant (1972 *apud* Rodrigues, 2008, p. 87) afirmam que existem quatro fatores decisivos para o indivíduo se tornar inválido. O primeiro se refere às características pessoais do indivíduo. Elas se baseiam, basicamente, por variáveis como idade, gênero, risco do trabalho, além de componentes emocionais e psicológicos. O segundo fator é o de influências externas, ou seja, acontecimentos na área social e política que podem afetar as pessoas. O terceiro fala dos ciclos econômicos, que correspondem políticas econômicas, fiscais e sociais adotadas pelo país, bem como o nível de empregabilidade que também atinge a população. O último item, a predisposição à invalidez, varia bastante. Há pessoas as quais, sob mesma condição de risco que todas as outras, têm predisposição a contrair doenças e complicações médicas, e isso aumenta, consideravelmente, as chances do indivíduo se invalidar.

Por fim, vale destacar que, mesmo sendo de grande importância para os fundos de pensão, ainda são escassos os estudos acadêmicos sobre o tema de aderência de hipóteses atuariais (em particular as biométricas). Os trabalhos de Pinheiro (2005) e Maia *et al* (2010) são os principais trabalhos nacionais na área, e focam nas premissas demográficas de interesse desta monografia. A primeira obra utiliza somente o cálculo do Desvio Relativo Quadrático Médio, enquanto a segunda usa, além deste, o teste Qui-Quadrado. Somado a esses dois procedimentos, tem-

se o teste do Kolmogorov-Smirnov que também é utilizado nesta monografia. Tais procedimentos estatísticos serão discutidos a seguir, no Capítulo 3.

3. METODOLOGIA

3.1 Metodologia

Como dito, o estudo proposto neste trabalho visa verificar a aderência de três premissas demográficas: Mortalidade de Válidos, Mortalidade de Inválidos e Entrada em Invalidez, para os planos BD e CD do fundo de pensão.

Comprova-se a adequação das hipóteses de um plano de benefícios quando os eventos que ocorrem se assemelham àqueles previstos na respectiva tábua. O Artigo 3º da Resolução CNPC nº 15, de 19 de Novembro de 2014, que modifica o subitem I do Item 4.5 do Anexo à Resolução CGPC nº18, de 28 de Março de 2008, vem com a seguinte redação:

[...]

4.5 Os estudos técnicos deverão observar:

I - a aderência decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes na tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de participantes e assistidos considerando, no mínimo, o período histórico dos últimos três anos [...] (BRASIL, 2014 p.232)

Segundo Hoel (1980), o teste de aderência é aquele em que se quer avaliar a compatibilidade de um conjunto de valores observados com um conjunto teórico. O autor afirma que o teste χ^2 (qui-quadrado) tem justamente essa finalidade: confrontar os dois grupos de dados.

Bussab e Morretin (2011, p.402) também exemplificam sobre esse teste:

Temos uma amostra X_1, \dots, X_n da variável aleatória X que caracteriza a população P e queremos testar a hipótese

$$H_0 : P = P_0$$

sendo P_0 a distribuição de probabilidades teórica.

Para este trabalho, intuitivamente, a hipótese nula se traduz da seguinte forma: H_0 : A tábua apresenta número de eventos semelhante aos observados.

O teste χ^2 tem como base o modelo multinomial, o qual se caracteriza como uma distribuição que analisa problemas em que os resultados podem ter mais de duas classificações, diferentemente do modelo binomial cujas classificações são

apenas sucesso ou falha (HOEL, 1980). Por conseguinte, o autor esclarece o seguinte teorema:

Se n_1, n_2, \dots, n_k e e_1, e_2, \dots, e_k representam as frequências observadas e esperadas, respectivamente, para k possíveis resultados de uma experiência, que é realizada n vezes, então, quando n tende ao infinito, a distribuição da variável aleatória

$$\sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i}$$

aproxima-se da variável χ^2 com $k - 1$ graus de liberdade. (HOEL, 1980 p.205)

Feito isso, o próximo passo é verificar o valor crítico tabelado⁸ χ_c^2 , dado um nível de significância α . Rejeita-se H_0 quando χ_c^2 for menor do que a estatística calculada, visto que ela pertenceria à região crítica.

Outro modo de medir o grau de aderência entre dois grupos é através do Desvio Relativo Quadrático Médio (DQM). Beltrão e Pinheiro (2002) explicam que assim é possível avaliar a distância dos dados observados aos da tábua, ou seja, verificar se estão bem ajustados. De modo geral, o DQM mede a variabilidade dos dados.

A equação que representa o Desvio Relativo Quadrático Médio é dada por:

$$DQM_t(x) = \left(\frac{q_t(x) - q_d(x)}{q_d(x)} \right)^2$$

em que $DQM_t(x)$ se refere ao Desvio Relativo Quadrático Médio da grupo etário x e da premissa t , $q_t(x)$ é a probabilidade da hipótese em questão para a faixa etária x , a partir da tábua escolhida pelo plano e $q_d(x)$ corresponde à probabilidade dos dados observados do plano de benefícios para a faixa etária x . Vale salientar que quanto menor o DQM, maior o nível de aderência (BELTRÃO E PINHEIRO, 2002).

Segundo Rowland (2014), o valor de $q_d(x)$ para uma tábua abreviada deve ser estimada da seguinte forma:

⁸ Ver Tabela VIII em Hoel (1980, pg.360)

$$q_d(x) = \frac{2 n M_x}{2 + n M_x}$$

em que M_x é a razão entre o número de sinistros observados e a quantidade de pessoas da respectiva premissa na faixa etária x e n é o tamanho do intervalo etário proposto.

Existe ainda, outra forma de avaliar se duas bases de dados são compatíveis, o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS). Este teste é um método estatístico não-paramétrico e aplicável para valores contínuos (ROSS, 2006). Ele é feito para comparar uma amostra com uma distribuição teórica ou entre duas amostras independentes, sendo este último de interesse para o trabalho.

Segundo Esteves e Souza (2007), este teste tem como objetivo identificar se duas amostras provêm de duas populações com mesma função de distribuição, ou de uma única população contínua, ou seja, busca analisar o ajustamento entre duas distribuições empíricas $S_A(x)$ e $S_B(x)$, das variáveis aleatórias (v.a.) A e B , respectivamente.

Sendo $A_{(1)}, A_{(2)}, \dots, A_{(n)}$ a amostra ordenada de uma variável aleatória A e n seu tamanho, tem-se, de acordo com Siegel (1975), que:

$$S_A(x) = K/n$$

Da mesma forma, se $B_{(1)}, B_{(2)}, \dots, B_{(m)}$ é a amostra ordenada de uma variável aleatória B e m seu tamanho, tem-se que:

$$S_B(x) = K/m$$

em que K corresponde, para ambos os casos, ao número de escores não superiores à x .

Os gráficos das distribuições empíricas são constantes nos intervalos $(A_{(j-1)}, A_j)$ e $(B_{(k-1)}, B_k)$ e crescem em $1/n$ nos pontos $A_{(1)}, \dots, A_{(n)}$ e em $1/m$ para $B_{(1)}, \dots, B_{(m)}$, para A e B respectivamente.

De um modo geral, as hipóteses a serem testadas são:

$$H_0 : F_A(x) = F_B(x)$$

$$H_1 : F_A(x) \neq F_B(x)$$

em que $F_A(x)$ e $F_B(x)$ são as funções de distribuição das populações A e B , respectivamente.

A estatística de teste, denominada D_{obs} se refere à maior diferença absoluta entre $S_A(x)$ e $S_B(x)$ Ou seja:

$$D_{obs} = \max |S_A(x) - S_B(x)|$$

Siegel (1975) afirma que para pequenas amostras, o valor a ser utilizado para tomada de decisão é o K_D que corresponde ao numerador de D , cujo denominador é a quantidade da amostra.

Sabendo-se que, para esse estudo proposto, H_0 : As distribuições dos eventos observados e esperados são aderentes, o próximo passo é calcular o K_D e comparar com o valor tabelado⁹ (K_α) com seu respectivo nível de significância. Rejeita-se H_0 quando $K_D \geq K_\alpha$.

Por fim, é preciso estar ciente que não vai existir tábua totalmente compatível com os valores observados em todos os períodos analisados. O que se procura, na verdade, são as tábuas mais aderentes a uma dada população.

3.2 Tábuas Biométricas

Para a realização das análises, foram utilizadas as tábuas biométricas descritas no Quadro 3.2.1. O Fundo de Pensão em avaliação usou, em 2014, as premissas indicadas na última linha do quadro. Vale ressaltar que em 2014 foram adotadas pelo fundo de pensão as mesmas tábuas que no ano de 2013, exceto para a premissa Entrada em Invalidez, que utilizou (em 2013) a Tábua Mercer Disability.

⁹ Ver Tabela L em Siegel (1975, p.309)

Quadro 3.2.1 - Premissas biométricas adotadas para os procedimentos estatísticos

Mortalidade de Válidos	Mortalidade de Inválidos	Entrada em Invalidez
BR-EMSsb-2010m	IAPC	MERCER DISABILITY
BR-EMSsb-2010f	GRUPAL AMERICANA	IAPB-57 FORTE
AT-2000	WINKLEVOSS	ZIMMERMAN EMPR ESCRIT
AT-83	AT-49	ALVARO VINDAS

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Para um recém-nascido, as expectativas de vida completa pelas tábuas AT-83, BR-EMSsb-2010m, AT-2000, BR-EMSsb-2010f, são 78,69, 81,64, 79,94 e 86,88, respectivamente. Estas últimas três têm valores maiores do que à resultante da AT-83, que é a tábua mínima segundo a legislação vigente, e, portanto, poderão ser usadas na tomada de decisão. Essa informação pode ser corroborada através do Gráfico 3.2.1, pois ele mostra que as curvas destas tábuas chegam à última idade um pouco depois da AT-83.

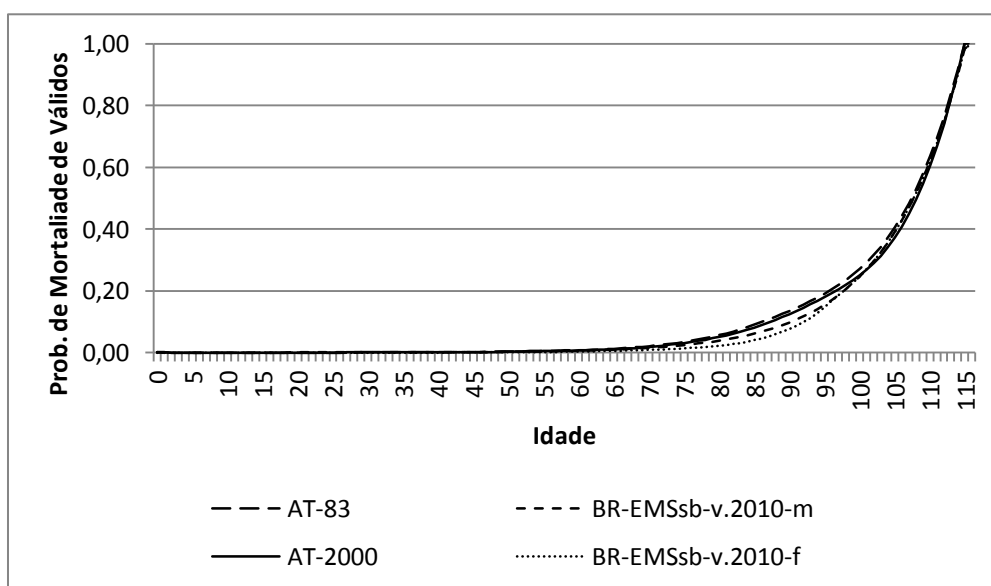


Gráfico 3.2.1 - Gráfico das probabilidades de Mortalidade de Válidos por idade, para cada tábua

Diferentemente do caso anterior, as curvas das probabilidades das tábuas escolhidas para Mortalidade de Inválidos, descritas no Gráfico 3.3.2, estão mais distantes. AT-49 e WINKLEVOSS têm seus arcos semelhantes ao de uma função exponencial. Além disso, elas são as que apresentam maiores expectativas de vida completa, ou seja, são as mais longevas. As tábuas IAPC e GRUPAL AMERICANA

estão próximas, onde 15 e 0 são as idades iniciais e 95 e 99 as finais, respectivamente.

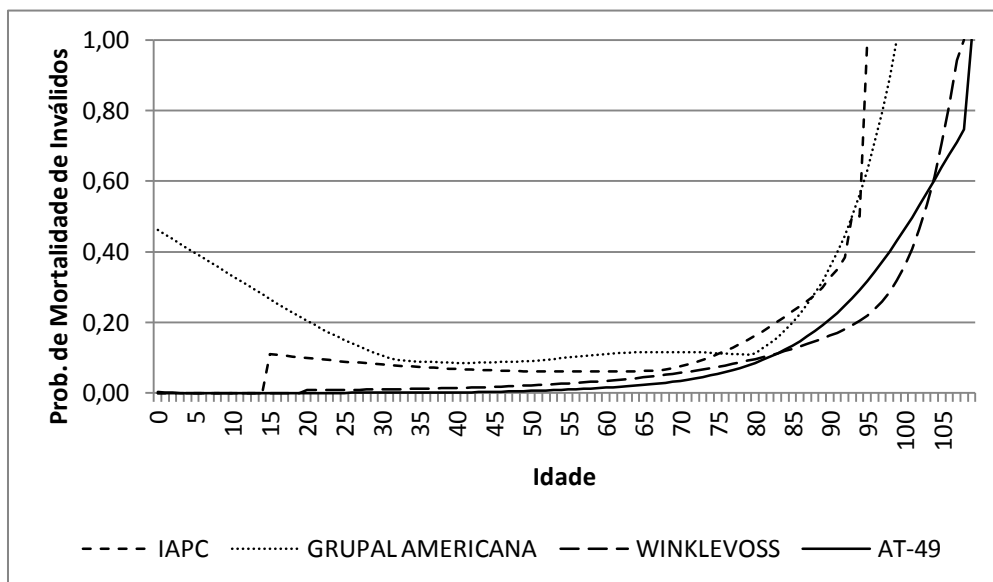


Gráfico 3.2.2 - Gráfico das probabilidades de Mortalidade de Inválidos por idade, para cada tábua

No que tange as probabilidades de entrada em invalidez, é possível notar que as idades finais não são muito altas. Isto é algo esperado, visto que a quantidade de ativos numa idade avançada é reduzida. Álvaro Vindas e IAPB-57 Forte são as mais longevas, enquanto a Mercer Disability considera que a partir dos 65 anos não haverá participantes em atividade, como pode ser visto no Gráfico 3.3.3.

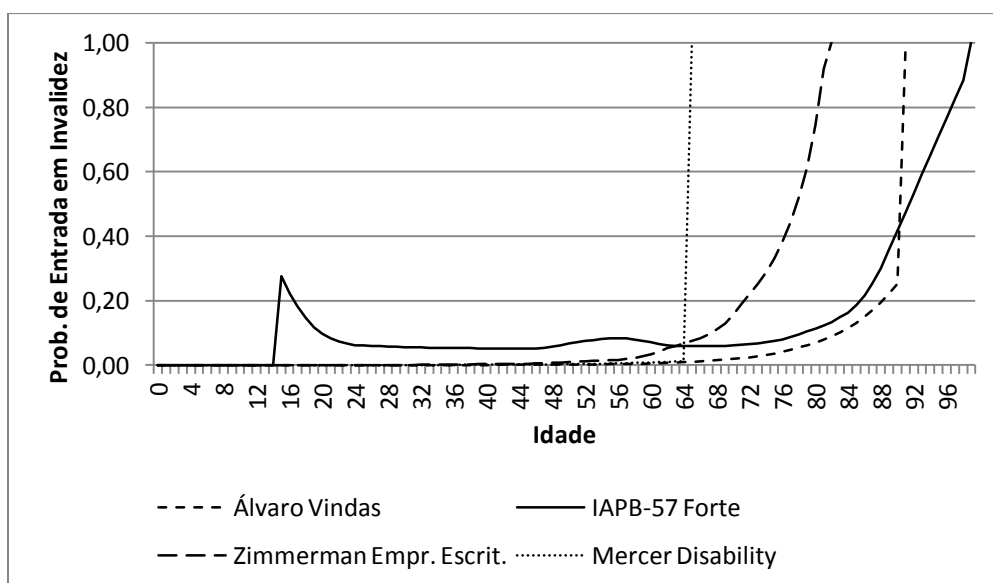


Gráfico 3.3.3 - Gráfico das probabilidades de Entradas em Invalidez por idade, para cada ano

4. BASE DE DADOS

Os dados que serviram de base para este trabalho são provenientes de um grande fundo de pensão da Região Nordeste. Foram extraídas, do sistema da fundação, informações do plano de Benefício Definido (BD) e de Contribuição Definida (CD)¹⁰, compreendidas entre 2009 e 2013, as quais se destacam:

- Quantidade de Ativos
- Quantidade de Suplementados
- Quantidade de Inválidos
- Quantidade de Falecidos Ativos
- Quantidade de Falecidos Suplementados
- Quantidade de Falecidos Inválidos
- Quantidade de Entradas em Invalidez

4.1 Resumo Geral dos Dados

Boa parte da população desta fundação está inserida no plano BD. Percebe-se que os ativos correspondem a uma pequena parcela da massa, fato este gerado pela criação¹¹ do plano CD, pois a maioria dos participantes do BD migrou para a modalidade CD. Os aposentados predominam nesse grupo representando 95,2% da população. Essas informações estão descritas na Tabela 4.1.1.

Tabela 4.1.1 – Quantidade de indivíduos da massa do plano BD por ano

ANO	2009	2010	2011	2012	2013
ATIVOS	62	60	47	46	39
Feminino	14	13	11	11	11
Masculino	48	47	36	35	28
SUPLEMENTADOS	6155	6104	6068	6010	5983
Feminino	2146	2206	2239	2264	2323
Masculino	4009	3898	3829	3746	3660
INVÁLIDOS	305	290	279	270	262
Feminino	58	57	57	55	55
Masculino	247	233	222	215	207

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

¹⁰ Apesar do nome, o plano de Contribuição Definida atua na modalidade Contribuição Variável.

¹¹ Vale ressaltar que em 29/06/2001, mesmo período da criação do plano de Contribuição Definida, o plano de Benefício Definido foi extinto para novos contratos.

A média das idades da população não varia muito, a amplitude fica por volta de 14 anos. Se segregada por gênero, esta medida de dispersão é igual à geral para o sexo masculino, enquanto no feminino fica em torno de 10 anos. Analisando a Tabela 4.1.2, observam-se idades maiores para os homens, no que se refere aos indivíduos suplementados e inválidos. Em contrapartida, no que diz respeito aos indivíduos ativos, as mulheres têm as idades mais elevadas em todo o período analisado.

Tabela 4.1.2 - **Resumo da média das idades do plano BD por ano**

ANO	2009	2010	2011	2012	2013
ATIVOS	56,74	57,62	57,85	58,91	60
Feminino	58,93	59,31	58,64	59,64	60,64
Masculino	56,10	57,15	57,61	58,69	59,75
SUPLEMENTADOS	66,57	67,33	68,10	68,95	69,70
Feminino	65,14	65,94	66,69	67,66	68,42
Masculino	67,34	68,11	68,92	69,73	70,52
INVÁLIDOS	62,56	63,63	64,41	65,28	66,19
Feminino	60,71	61,93	62,93	63,67	64,67
Masculino	62,99	64,05	64,78	65,69	66,59

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Na Tabela 4.1.3, é possível perceber que as mortes acontecem, consideravelmente, a partir de 55 anos. Analisando somente o falecimento de válidos, foram registradas 689 mortes durante esses cinco anos, sendo 74% do sexo masculino. A variável Entrada em Invalidez permanece praticamente inalterada, ocorrendo somente um caso durante todo o período analisado.

Tabela 4.1.3 - **Frequências de válidos, inválidos e entrada em invalidez do plano BD por faixa etária de 2009 a 2013**

Faixa Etária	Quantidade de Falecidos Válidos	Quantidade de Falecidos Inválidos	Quantidade de Entradas em Invalidez
20-24	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0
25-29	1	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	1	0	0
30-34	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0
35-39	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0

40-44	1	0	0
Feminino	1	0	0
Masculino	0	0	0
45-49	2	0	0
Feminino	2	0	0
Masculino	0	0	0
50-54	2	2	0
Feminino	1	0	0
Masculino	1	2	0
55-59	11	8	1
Feminino	4	0	0
Masculino	7	8	1
60-64	41	10	0
Feminino	13	1	0
Masculino	28	9	0
65-69	83	10	0
Feminino	16	1	0
Masculino	67	9	0
70-74	142	6	0
Feminino	31	1	0
Masculino	111	5	0
75-79	135	6	0
Feminino	36	1	0
Masculino	99	5	0
80-84	136	4	0
Feminino	39	0	0
Masculino	97	4	0
85-89	87	3	0
Feminino	21	0	0
Masculino	66	3	0
90-94	34	0	0
Feminino	9	0	0
Masculino	25	0	0
95-99	10	0	0
Feminino	4	0	0
Masculino	6	0	0
100-104	4	0	0
Feminino	2	0	0
Masculino	2	0	0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Diferentemente do grupo de pessoas da modalidade de Benefício Definido, o plano de Contribuição Definida é composto, na sua grande maioria, por ativos, os quais representam cerca de 86% dessa população. Através da Tabela 4.1.4, observa-se que a quantidade de indivíduos em atividade se mostra bastante consistente durante os períodos analisados. Em compensação, no que diz respeito aos suplementados, há um aumento significativo em 2011 e 2013 devido ao Plano

de Incentivo à Demissão Voluntária (PIDV) cujo objetivo é estimular a aposentadoria dos participantes já elegíveis. Não há grandes variações no número de entradas em invalidez, ou seja, essa variável se mantém uniforme ao longo dos anos.

Tabela 4.1.4 - Quantidade de indivíduos da massa do plano CD entre por ano

ANO	2009	2010	2011	2012	2013
ATIVOS	5457	5512	5458	5634	5353
Feminino	1128	1141	1142	1173	1128
Masculino	4329	4371	4316	4461	4225
SUPLEMENTADOS	342	402	623	640	834
Feminino	133	155	210	229	279
Masculino	209	247	413	411	555
INVÁLIDOS	61	62	63	67	59
Feminino	13	13	14	16	12
Masculino	48	49	49	51	47

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Com relação à média das idades do plano CD, na maioria dos casos, os homens têm maiores valores nas três categorias de indivíduos. Analisando a Tabela 4.1.5, é possível verificar que, somente em 2013, para os indivíduos ativos, e em 2010, para os inválidos, as idades médias femininas superam as masculinas. No geral, a amplitude é, aproximadamente, 14 anos. Avaliando-se por gênero, esta medida fica por volta dos 11 anos para as mulheres e 14 anos para as pessoas do gênero masculino.

Tabela 4.1.5 - Resumo da média das idades do plano CD por ano

ANO	2009	2010	2011	2012	2013
ATIVOS	48,39	48,99	48,74	49,37	49,87
Feminino	48,12	48,77	48,61	49,26	50,02
Masculino	48,46	49,05	48,77	49,40	49,83
SUPLEMENTADOS	58,94	59,73	60,36	61,19	61,58
Feminino	55,34	56,61	57,55	58,39	59,11
Masculino	61,23	61,69	61,79	62,76	62,81
INVÁLIDOS	56,56	57,63	58,33	58,75	59,29
Feminino	56,92	57,92	58,14	57,25	57,58
Masculino	56,46	57,55	58,39	59,22	59,72

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Nota-se, de acordo com a Tabela 4.1.6, que os indivíduos válidos começaram a falecer a partir dos 35 anos no Plano CD, onde 87% destes são do sexo masculino. Há que se destacar, a quantidade considerável de entradas em invalidez cujo pico foi 9 pessoas entre 50 e 54 anos. Em contrapartida, a categoria dos

inválidos não apresenta muitas mortes, sendo somente três falecimentos constatados no período.

Tabela 4.1.6 - Frequências de válidos, inválidos e entrada em invalidez do plano CD por faixa etária de 2009 a 2013

Faixa Etária	Quantidade de Falecidos Válidos	Quantidade de Falecidos Inválidos	Quantidade de Entradas em Invalidez
20-24	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0
25-29	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0
30-34	0	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	0	0	0
35-39	2	0	0
Feminino	2	0	0
Masculino	0	0	0
40-44	4	0	0
Feminino	2	0	0
Masculino	2	0	0
45-49	12	1	4
Feminino	4	0	1
Masculino	8	1	3
50-54	24	1	9
Feminino	3	0	1
Masculino	21	1	8
55-59	50	0	6
Feminino	5	0	0
Masculino	45	0	6
60-64	39	1	1
Feminino	1	0	0
Masculino	38	1	1
65-69	10	0	3
Feminino	1	0	0
Masculino	9	0	3
70-74	9	0	0
Feminino	2	0	0
Masculino	7	0	0
75-79	1	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	1	0	0
80-84	3	0	0
Feminino	0	0	0
Masculino	3	0	0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

5. RESULTADOS

Nesta seção apresentamos os resultados dos testes de aderência, os quais foram executados com o auxílio do *Software R Project* cujo *script* utilizado está no Apêndice desta monografia. As idades foram agrupadas de cinco em cinco, com a finalidade de reunir mais observações. Para a determinação da quantidade, por faixa etária, foi feita a média dos últimos cinco anos (2009-2013), de modo a minimizar a influência de algum ano (eventualmente) atípico. Este recurso foi aplicado, também, para designar as quantidades de mortalidades e entrada em invalidez e para indicar a idade de cada período.

Analisando a Tabela 5.1 é possível verificar o resultado do teste Qui-Quadrado para a hipótese Mortalidade de Válidos. BR-EMSsb2010-m, AT-2000 e AT-83 apresentam tendências de serem tábuas aderentes, visto que χ^2_c é 21,03 e 27,58, para BD e CD, respectivamente (à 5% de significância), e são maiores do que as estatísticas de teste. No plano de Benefício Definido, o p-valor da BR-EMSsb2010f é $7,60 \times 10^{-14}$, enquanto na modalidade de contribuição definida é 0,0018. Destarte, esta tábua se mostra como inadequada.

Tabela 5.1 - Teste Qui-Quadrado para Mortalidade de Válidos

PLANO BD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
BR-EMSsb2010-m	19,90476	0,2791	Não Rejeita H_0
AT-2000	13,4015	0,7089	Não Rejeita H_0
BR-EMSsb2010-f	100,3690	$7,60 \times 10^{-14}$	Rejeita H_0
AT-83	16,34896	0,4992	Não Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
BR-EMSsb2010-m	6,349085	0,8975	Não Rejeita H_0
AT-2000	4,1793	0,9800	Não Rejeita H_0
BR-EMSsb2010-f	31,296	0,0018	Rejeita H_0
AT-83	3,3737	0,9923	Não Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

No que se refere à premissa Mortalidade de Inválidos, há indícios de aderência das quatro tábuas em questão para ambos os planos. O valor crítico, com 95% de confiança, é 18,307 para o Plano de BD e 15,507 para o Plano de Contribuição Definida. Comparando-se estes valores com seus respectivos grupos,

a hipótese de nulidade não é rejeitada para nenhuma das tábuas. Essas avaliações podem ser observadas através da Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Teste Qui-Quadrado para Mortalidade de Inválidos

PLANO BD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
IAPC	7,4682	0,6806	Não Rejeita H_0
GRUPAL AMERICANA	15,0800	0,1292	Não Rejeita H_0
WINKLEVOSS	1,309	0,9994	Não Rejeita H_0
AT-49	2,8498	0,9847	Não Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
IAPC	2,9705	0,9362	Não Rejeita H_0
GRUPAL AMERICANA	5,3897	0,7152	Não Rejeita H_0
WINKLEVOSS	1,5047	0,9926	Não Rejeita H_0
AT-49	2,0133	0,9806	Não Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

A variável Entrada em Invalidez demonstra evidências de adequação em todos os casos do BD. Neste plano, a probabilidade de rejeitar a hipótese nula dado que ela é verdadeira, ou seja, o Erro Tipo 1, é de 0,78 e 0,63 para IAPB-57 Forte e Mercer Disability, respectivamente. Com relação ao Plano CD, a tábua Álvaro Vindas com χ^2 igual a 9,6 não tem a hipótese de nulidade rejeitada, diferentemente das outras que garantem, com 95% de confiança, suas inadequações em relação à massa, devido aos p-valores extremamente pequenos.

Tabela 5.3 - Teste Qui-Quadrado para Entrada em Invalidez

PLANO BD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
ÁLVARO VINDAS	0,4979	0,9979	Não Rejeita H_0
IAPB-57 FORTE	3,2231	0,7804	Não Rejeita H_0
ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	1,5508	0,9561	Não Rejeita H_0
MERCER DISABILITY	4,3175	0,6338	Não Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	Estatística χ^2	p-valor	Decisão
ÁLVARO VINDAS	9,6367	0,6478	Não Rejeita H_0
IAPB-57 FORTE	356,4922	$5,98 \times 10^{-69}$	Rejeita H_0
ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	90,4524	$4,04 \times 10^{-8}$	Rejeita H_0
MERCER DISABILITY	194,8034	$3,84 \times 10^{-35}$	Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Avaliando o Desvio Relativo Quadrático Médio para a premissa Mortalidade de Válidos, os resultados obtidos são bem semelhantes daqueles obtidos no teste

anterior. Em ambos os planos, a Tábua AT-83 apresenta os menores valores do DQM em quase todas as faixas etárias. Destaque para o DQM entre 55 e 59 anos, do BD, pois mesmo com uma grande quantidade de pessoas nessas idades, tem um valor bem pequeno. A BR-EMSsb-2010m exibe somente dois resultados favoráveis cujas medidas foram 0,9873 e 0,4794 para o plano BD e CD, respectivamente. No geral, todas as tábuas mostram bons resultados, pois, mesmo com milhares de participantes nessa categoria, seus desvios são abaixo de 1.

Tabela 5.4 - DQM para Mortalidade de Válidos por tábua

PLANO BD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	BR-EMSsb2010-m	AT-2000	BR-EMSsb2010-f	AT-83
20-24	2,2	23	-	-	-	-
25-29	6,4	27	0,9873	0,9898	0,9959	0,9906
30-34	8,2	32	-	-	-	-
35-39	11	37	-	-	-	-
40-44	29	42	0,9056	0,9236	0,9551	0,9039
45-49	63	47	0,8576	0,8488	0,9296	0,8166
50-54	116,8	52	0,6405	0,5861	0,8108	0,5136
55-59	583,6	58	0,4947	0,4412	0,7054	0,3716
60-64	1394	62	0,5342	0,5068	0,7165	0,4409
65-69	1408	67	0,6220	0,5822	0,7674	0,5263
70-74	1151,2	72	0,7007	0,6379	0,8193	0,6008
75-79	711,6	77	0,6859	0,6074	0,8120	0,5688
80-84	394,8	82	0,7057	0,6236	0,8175	0,5851
85-89	176,6	87	0,6592	0,5696	0,7534	0,5297
90-94	47	91	0,6365	0,5567	0,6984	0,5290
95-99	10,4	97	0,5080	0,4678	0,5076	0,4390
100-104	0,8	100	0,5681	0,5629	0,5690	0,5316
105	0,2	105	-	-	-	-
PLANO CD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	BR-EMSsb2010-m	AT-2000	BR-EMSsb2010-f	AT-83
20-24	18,6	23	-	-	-	-
25-29	212	28	-	-	-	-
30-34	564,2	32	-	-	-	-
35-39	507,4	37	0,4794	0,6266	0,7443	0,5449
40-44	318,4	42	0,7545	0,7997	0,8805	0,7504
45-49	692,6	47	0,7491	0,7341	0,8738	0,6803
50-54	1204,4	52	0,6859	0,6373	0,8360	0,5719
55-59	1425	57	0,7266	0,6890	0,8490	0,6426
60-64	791,6	62	0,7019	0,6828	0,8235	0,6359
65-69	244,8	66	0,5234	0,4837	0,7025	0,4164
70-74	58	72	0,7544	0,7015	0,8528	0,6700
75-79	11,8	76	0,4430	0,3287	0,6519	0,2755
80-84	2,2	81	0,8970	0,8661	0,9389	0,8511

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Através da Tabela 5.5 é possível notar a ausência de vários DQMs devida, na maioria das vezes, à falta de sinistros na respectiva faixa etária. Assim como no caso anterior, todas as tábuas da premissa Mortalidade de Inválidos apresentam valores satisfatórios. Destaca-se, no plano BD, a existência de quatro resultados favoráveis para IAPC e GRUPAL AMERICANA. De modo análogo, no CD, a primeira tábua leva pequena vantagem em relação à segunda. WINKLEVOSS e AT-49 não têm os menores desvios, mas também se comportam adequadamente.

Tabela 5.5 - DQM para Mortalidade de Inválidos por tábua

PLANO BD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	IAPC	GRUPAL AMERICANA	WINKLEVOSS	AT-49
20-24	0	-	-	-	-	-
25-29	0	-	-	-	-	-
30-34	0	-	-	-	-	-
35-39	0	-	-	-	-	-
40-44	1	44	-	-	-	-
45-49	7,6	48	-	-	-	-
50-54	29,2	53	0,0060	0,2021	0,4075	0,75085
55-59	56,4	57	0,2935	0,0430	0,6123	0,82070
60-64	53,4	62	0,4099	0,1496	0,6179	0,79872
65-69	56,2	67	0,3693	0,0877	0,5079	0,69488
70-74	35,6	72	0,1973	0,0677	0,3726	0,53477
75-79	26	77	0,1410	0,2148	0,3857	0,46891
80-84	10,2	82	0,1789	0,3248	0,4758	0,47274
85-89	5,4	86	0,1887	0,2350	0,5069	0,43900
90-94	0,2	91	-	-	-	-
95-99	0	-	-	-	-	-
100-104	0	-	-	-	-	-
105	0	-	-	-	-	-
PLANO CD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	IAPC	GRUPAL AMERICANA	WINKLEVOSS	AT-49
20-24	0	-	-	-	-	-
25-29	0	-	-	-	-	-
30-34	0,2	34	-	-	-	-
35-39	0,2	39	-	-	-	-
40-44	0,8	43	-	-	-	-
45-49	4,4	48	0,4793	0,3180	0,8203	0,94921
50-54	15,4	52	0,0006	0,2446	0,4044	0,76067
55-59	15,6	57	-	-	-	-
60-64	12	62	0,0529	0,0977	0,2939	0,59676
65-69	10,4	67	-	-	-	-
70-74	3,4	71	-	-	-	-
75-79	0	-	-	-	-	-
80-84	0	-	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Para a premissa Entrada em Invalidez no plano BD, só existe um DQM para cada tábua, devido, principalmente, à ausência de indivíduos ativos. Na Tabela 5.6, percebe-se que esta observação está situada entre 55 e 59 anos, e tem a IAPB-57 Forte com o menor desvio. Em compensação, no CD, esta tábua se apresenta bastante inadequada devido aos seus altos valores cujo pico atinge 1208. Esta mesma avaliação é feita para Zimmerman Empr. Escrit e Mercer Disability com 918 e 2417, respectivamente.

Tabela 5.6 - DQM para Entrada em Invalidez por tábua.

PLANO BD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	ÁLVARO VINDAS	IAPB-57 FORTE	ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	MERCER DISABILITY
20-24	0	-	-	-	-	-
25-29	0	-	-	-	-	-
30-34	0	-	-	-	-	-
35-39	0	-	-	-	-	-
40-44	1	42	-	-	-	-
45-49	2,2	48	-	-	-	-
50-54	8,6	52	-	-	-	-
55-59	16,4	57	0,8734	0,1718	0,4556	0,7951
60-64	18,6	62	-	-	-	-
65-69	3,8	66	-	-	-	-
70-74	0,2	74	-	-	-	-
75-79	0	-	-	-	-	-
80-84	0	-	-	-	-	-
85-89	0	-	-	-	-	-
90-94	0	-	-	-	-	-
95-99	0	-	-	-	-	-
100-104	0	-	-	-	-	-
105	0	-	-	-	-	-
PLANO CD						
Faixa Etária	Quantidade Média	Idade Média	ÁLVARO VINDAS	IAPB-57 FORTE	ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	MERCER DISABILITY
20-24	18	23	-	-	-	-
25-29	211	28	-	-	-	-
30-34	562,8	32	-	-	-	-
35-39	504,2	37	-	-	-	-
40-44	311,4	42	-	-	-	-
45-49	673,8	47	0,5873	66,8140	0,0117	0,3278209
50-54	1171	52	0,5021	78,2885	0,3414	0,2157551
55-59	1274,4	57	0,0309	282,9033	9,5733	0,1329981
60-64	575,4	62	9,2903	1208,4933	917,7510	23,5335981
65-69	149	66	0,1772	3,8409	9,9876	2417,3611111
70-74	24	72	-	-	-	-
75-79	6,4	77	-	-	-	-
80-84	1,4	81	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Verifica-se, ainda, a existência de três resultados mais favoráveis à tábua Álvaro Vindas. Destaca-se a faixa etária entre 55 e 59 anos que, mesmo sendo o grupo com o maior quantitativo de participantes, apresenta um desvio de 0,0309.

O teste KS para Mortalidade de Válidos, na Tabela 5.7, foi bastante satisfatório. No BD, o K_D é menor do que os valores críticos, ou seja, as hipóteses nulas não são rejeitadas. No CD só há rejeição para a tábua BR-EMSsb2010-f, visto que seu p-valor é menor do que o nível de significância 0,05.

Tabela 5.7 - Teste KS para Mortalidade de Válidos por tábua

PLANO BD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
BR-EMSsb2010-m	6	0,2700	Não Rejeita H_0
AT-2000	6	0,2700	Não Rejeita H_0
BR-EMSsb2010-f	7	0,1314	Não Rejeita H_0
AT-83	6	0,2700	Não Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
BR-EMSsb2010-m	6	0,1254	Não Rejeita H_0
AT-2000	6	0,1254	Não Rejeita H_0
BR-EMSsb2010-f	7	0,0461	Rejeita H_0
AT-83	5	0,2914	Não Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

Para o Plano de Benefício Definido da Mortalidade de Inválidos, há indícios de que todas as tábuas são apropriadas para a massa. Pela Tabela 5.8 certifica-se que o teste KS mostra p-valores maiores do que 5% e, por conseguinte, não há rejeição da hipótese nula. No plano CD ocorre justamente o contrário, já que em todos os casos, os valores de K_D são maiores do que ou iguais ao valor crítico 6.

Tabela 5.8 - Teste KS para Mortalidade de Inválidos por tábua

PLANO BD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
IAPC	4	0,4611	Não Rejeita H_0
GRUPAL AMERICANA	4	0,4611	Não Rejeita H_0
WINKLEVOSS	6	0,0758	Não Rejeita H_0
AT-49	5	0,2058	Não Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
IAPC	6	0,0366	Rejeita H_0
GRUPAL AMERICANA	8	0,0016	Rejeita H_0
WINKLEVOSS	6	0,0366	Rejeita H_0
AT-49	6	0,0366	Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

A hipótese de aderência da premissa Entrada em Invalidez foi rejeitada, em 100% dos casos, devido a probabilidade/nível de significância ser maior do que os p-valores calculados. O valor crítico K_{α} é 6 e 7 para o Plano BD e CD, respectivamente. Comparando estes valores com suas respectivas tábuas é possível verificar a falta de aderência das mesmas em relação à massa. Pode-se, pela Tabela 5.9, confirmar estas afirmações.

Tabela 5.9 - Teste KS para Entrada em Invalidez por tábua

PLANO BD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
ÁLVARO VINDAS	6	0,0117	Rejeita H_0
IAPB-57 FORTE	6	0,0117	Rejeita H_0
ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	6	0,0117	Rejeita H_0
MERCER DISABILITY	6	0,0117	Rejeita H_0
PLANO CD			
Tábua	K_D	p-valor	Decisão
ÁLVARO VINDAS	8	0,0146	Rejeita H_0
IAPB-57 FORTE	13	$4,52 \times 10^{-6}$	Rejeita H_0
ZIMMERMAN EMPR ESCRIT	8	0,0146	Rejeita H_0
MERCER DISABILITY	8	0,0146	Rejeita H_0

Fonte: Elaboração própria com base no Fundo de Pensão

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escolha das premissas atuariais é um ato de responsabilidade e que requer bastante cuidado, pois é através deste mecanismo que um fundo de pensão se espelha, a fim de obter resultados correspondentes à sua população. Assim sendo, esta seção tem como propósito finalizar a análise dos resultados obtidos, indicando as tábuas cujas observações são mais condizentes com a respectiva massa.

Para Mortalidade de Válidos, a tábua que demonstra maior tendência de ser adequada é AT-83. Na grande maioria dos casos, os testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov não rejeitaram H_0 . Confrontando os desvios relativos, é possível perceber uma leve vantagem da AT-83, se comparada com as outras, ou seja, esta tábua surge como a mais aderente dentre as quatro. Logo, infere-se que a fundação utilizou um bom parâmetro, porém há que se destacar a tendência de adequação das outras tábuas, logo, elas não devem ser totalmente descartadas.

No que se refere à Mortalidade de Inválidos, a Grupal Americana se apresenta como a melhor possibilidade. Os testes Kolmogorov-Smirnov, para o plano BD, e Qui-Quadrado mostraram bons resultados para as quatro tábuas, portanto, ficou a cargo do Desvio Relativo Quadrático Médio, a responsabilidade de determinar a melhor tábua. Juntando os dois planos, a IAPC apontou seis menores valores, porém em faixas etárias cuja quantidade de pessoas é reduzida. A Grupal Americana tem cinco resultados favoráveis, um a menos que a tábua anterior, mas quatro deles estão entre as idades 55 e 74, que é o intervalo onde se concentra aproximadamente 70% dos inválidos do plano BD. Apesar desta avaliação mais positiva para a Grupal Americana, há que se evidenciar a significância das outras tábuas. A AT-49, utilizada pela entidade em 2014, teve as hipóteses nulas rejeitadas tanto para o KS, na modalidade de Benefício Definido, que detém o maior número de participantes na categoria dos inválidos, como para o Qui-Quadrado em ambos os planos, além de possuir valores do DQM bastante expressivos. Em vista disso, fica claro que a fundação utilizou uma boa tábua no referido ano.

A premissa Entrada em Invalidez é a mais complexa de lidar. Por causa da baixa quantidade de sinistros, a variação entre observados e esperados se torna um valor alto. Diante destas limitações, a tábua que mostrou indicativos de ser mais aderente à massa foi a Álvaro Vindas. O Teste KS foi o mais rigoroso e rejeitou H_0

para todas as tábuas. No Teste Qui-Quadrado, para o BD, as tábuas não tiveram a hipótese de nulidade rejeitada, entretanto, no CD, o teste indicou inadequação das tábuas IAPB-57 Forte, Zimmerman Empr. Escrit. e Mercer Disability. Ainda neste plano, os desvios médios foram mais congruentes com a Álvaro Vindas, pois a mesma apresentou a maior quantidade de valores mais baixos, diferentemente das outras onde houveram resultados exorbitantes. Assim sendo, dentre as quatro tábuas disponíveis, a Álvaro Vindas foi a que melhor se adaptou aos dados reais.

De um modo geral, a entidade adotou hipóteses biométricas bem apropriadas. A premissa Mortalidade de Inválidos foi a única em que a tábua optada pela entidade foi diferente à deste trabalho. Apesar disso, pode-se inferir que a AT-49 foi uma boa escolha do fundo de pensão devido às boas avaliações que a mesma obteve nos testes realizados, além de ser uma tábua bem longeva. Contudo, esta análise merece uma ressalva e um estudo mais profundo futuramente.

Fica como proposição de trabalho para uma próxima oportunidade, a alternativa de aprimoramento deste estudo. A coleta dos dados de um maior intervalo de tempo pode ser um fator que venha a melhorar os resultados, visto que a quantidade de observações seria ampliada. Além disso, surgem como itens capazes de aperfeiçoar essa monografia o uso de mais tábuas de mortalidade e entrada em invalidez e, o uso de procedimentos estatísticos mais sofisticadas como, por exemplo, o cálculo do p-valor da estatística χ^2 via simulação de Monte Carlo.

REFERÊNCIAS

BAIMA, F. R. **Análise de desempenho dos investimentos dos fundos de pensão no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 1998.

BELTRÃO, K. I.; PINHEIRO, S. S. **Estimativa de mortalidade para a população coberta pelos seguros privados**. Texto para Discussão, nº 868. Rio de Janeiro: IPEA, 2002.

BOULIER, J., DUPRE, D. **Gestão Financeira dos Fundos de Pensão**. São Paulo: Pearson Education. 2003.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm>. Acesso em: 05/12/2014.

_____. Conselho Nacional de Previdência Complementar. **Resolução CNPC nº 15, de 19 de Novembro de 2014**. Diário Oficial da União. Brasília. 2014a. Disponível em: <<http://www.jusbrasil.com.br/diarios/80636864/dou-secao-1-24-11-2014-pg-232>>. Acesso em: 05/12/2014.

_____. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Resolução IBGE nº 03, de 27 de Dezembro de 2014**. Diário Oficial da União. Brasília. 2014b. Disponível em: <<http://pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?data=01/12/2014&jornal=1&pagina=88&totalArquivos=132>>. Acesso em: 23/12/2014.

_____. Ministério da Previdência Complementar. **Guia PREVIC: Melhores Práticas Atuariais para Entidades Fechadas de Previdência Complementar**. Brasília. 2012. Disponível em: http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/1_130107-150450-058.pdf. Acesso em: 05/12/2014.

BUSSAB, W. O.; MORRETIN, P. A. **Estatística Básica**. 7ed. São Paulo: Saraiva. 2011.

CHAN, B. L., SILVA, F. L., MARTINS, G. A. **Fundamentos da Previdência Complementar: da Atuária à Contabilidade**. São Paulo: Atlas. 2006.

COELHO, N. A., CAMARGOS, M. A. **Fundos de Pensão no Brasil: Uma Análise dos Fatores Determinantes para sua Expansão na Perspectiva dos seus Gestores**. Revista O&S, v.19. p. 277-294. 2012.

CONDE, N. C.; ERNANDES, I. S. **Atuária para Não Atuários**. São Paulo: ABRAPP/OCSS/SINDAPP. 2007.

CORDEIRO FILHO, A. **Cálculo Atuarial Aplicado**. São Paulo: Atlas. 2009.

DIAS, C. R. **Utilização de Modelo Estocástico para Mensuração do Passivo Atuarial de Fundos de Pensão**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2008.

ESTEVES, E., SOUZA, C. **Apontamentos de ADPE**. Teste de Qualidade de Ajustamento. p. 67-89. 2007.

HOEL, P. G. **Estatística Matemática**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S.A. 1980.

LEVES, A. P. **Previdência Complementar na Perspectiva da Lei 12.618/2012: A Instituição do Regime de Previdência Complementar para os Servidores Públicos Federais**. Monografia (Graduação em Direito) - Universidade Regional do Norte do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí. 2013.

LIMA, J. C. C. O., RODRIGUES, J. A. **Amortização de Déficits Atuariais em Planos de Benefícios Definidos**. Revista do BNDES 41. p. 209-256. 2014.

MAIA, B.R., ROCHA, C. B., MIKI, D. A., FULY, M. A. F. **Estudo sobre Aderência da População CAPEC às Tábuas de Mortalidade de Mercado**. Coletânea de Artigos sobre Tábuas de Mortalidade, Taxas de Juros e Métodos de Financiamento. Superintendência Nacional de Previdência Complementar – Previc - Comissão Nacional de Atuária. MPS. p.215-225. 2010.

MARINHO, A. R., AFONSO, L. E. **Análise Atuarial da Criação da Fundação de Previdência Complementar dos Servidores Públicos Federais (FUNPRESP)**. XIV Congresso USP de Controladoria e Contabilidade. São Paulo. 2014.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. **Fundos de Pensão: Coletânea de Normas**: atualizada até Setembro de 2013 . Brasília: MPS, SPPC. 2013.

MORAES, V. R. **O Desenvolvimento e o Crescimento Econômico em Perspectiva: A Trajetória da Economia Brasileira e o Desenvolvimento Econômico Atual**. Monografia (Graduação em Economia) - Faculdades Integradas “Antônio Eufrásio de Toledo”. Presidente Prudente. 2004

NEVES, C. R.; MIGON, H. S. Bayesian Graduation of Mortality Rates: An Application to Reserve Evaluation. **Insurance: Mathematics & Economics**. v.40, p.424-434. 2007.

PAIXÃO, L. A. A. **Previdência Complementar Fechada: Uma Visão Geral**. Artigo, Ministério da Previdência Social. Brasília. 2006. Disponível em: <http://www.previdencia.gov.br/arquivos/office/3_081014-111321-983.pdf>. Acesso em 15/10/2014.

PELLICIOLI, A. A. **Gestão de Investimentos - Fundos de Pensão**. Dissertação (Mestrado em Economia) - Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2011.

PEREIRA, F.; MIRANDA, R. B.; SILVA, M. M. **Os Fundos de Pensão como Geradores de Poupança Interna**. Texto para Discussão nº 480. Brasília 1997.

PINHEIRO, R. P. **Fundos de Pensão no Brasil: evolução recente e perspectivas.** Previdência Social: reflexões e desafios. p.163-179. Brasília. 2009.

_____. **Riscos Demográficos e Atuariais nos Planos de Benefício Definido e de Contribuição Definida num Fundo de Pensão.** Tese (Doutorado em Demografia) - Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2005.

_____. **Transparência e Desempenho.** Governança Corporativa e os Fundos de Pensão. São Paulo: Abrapp. p. 36-45. 2010.

QUADROS, D. A. G. **A Previdência Complementar e a Aposentadoria das Futuras Gerações no Brasil.** Monografia (Pós-graduação em Finanças) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2004.

REDDY, T. L., THOMSON, R. J. Environmental, social and economic sustainability: implications for the actuarial science. **Actuarial Society of South Africa's Convention.** 2014.

REIS, A. **Curso Básico de Previdência Complementar.** Revista dos Tribunais. São Paulo: Thomson Reuters. 2014.

RODRIGUES, J. A. **Gestão de Risco Actuarial.** São Paulo: Saraiva. 2008.

ROSS, S. M. **Simulation.** San Diego: Elsevier Academic Press. 4 ed. 2006.

SIEGEL, S. **Estatística Não-Paramétrica para as Ciências do Comportamento.** Traduzido por Alfredo Alves de Farias. McGraw-Hill do Brasil: São Paulo.1975.

SILVA, F. L., CHAN, B. L., MARTINS, G. A. **Uma Reflexão sobre o Equilíbrio dos Planos de Benefícios de Caráter Previdenciário a Partir das Demonstrações**

Contábeis dos Fundos de Pensão. Revista de Informação Contábil. v.1 p. 69-87. Setembro. 2007.

TORRES, F. J. V., SANTOS, J. F., ALMEIDA, M. A., SILVA, E. S. **Gestão dos Riscos e Desempenho Financeiro nos Fundos de Pensão Fachesf e Celpos.** Revista Eletrônica de Gestão Organizacional. p. 382 - 410. Setembro/Dezembro. 2010.

WINKLEVOSS, H. E. **Pension Mathematics with Numerical Illustrations.** 2ed. Philadelphia: Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania, 1993.

APÊNDICE

Script do R Project utilizado para a realização dos testes

```
#####Mortalidade de Válidos BD#####
quantvalmassaBD=c
(2.2,6.4,8.2,11,29,63,116.8,583.6,1394,1408,1151.2,711.6,394.8,176.6,47,10.4,0.8,0.2)
mortvalmassaBD=c(0, 0.2, 0, 0, 0.2, 0.4, 0.4, 2.2, 8.2, 16.6, 28.4, 27, 27.2, 17.4, 6.8, 2, 0.8, 0)
qxBREMSMBD=c( 0.00092, 0.00092, 0.00094 , 0.00121 , 0.00164 , 0.00231 , 0.00339 , 0.00554 ,
0.0078 , 0.0121 , 0.01893 , 0.02977 , 0.047 , 0.07434 , 0.10741 , 0.18672 , 0.24628 , 0.3908)
qxAT2000BD=c(0.00063, 0.00074, 0.00079, 0.00082, 0.00132, 0.00246, 0.00398, 0.00627, 0.00835,
0.01357, 0.02339, 0.03823, 0.06181, 0.09696 ,0.13486 ,0.20523 ,0.24974 ,0.3724)
qxBREMSFBD=c( 0.00029 , 0.0003 , 0.0004 , 0.00054 , 0.00077 , 0.00112 , 0.00169 , 0.00299 ,
0.00445 , 0.0071 , 0.01102 , 0.01714 , 0.02817 , 0.05219 , 0.08727 , 0.18672 , 0.24628 , 0.3908
)
qxAT83BD=c(0.00057, 0.00068, 0.00081, 0.00103, 0.00167, 0.00301, 0.00481, 0.00729, 0.00974,
0.01572, 0.02613, 0.04259, 0.06908, 0.10758, 0.14487, 0.21912, 0.27091, 0.40528)
mortvalBREMSMBD=quantvalmassaBD*qxBREMSMBD
mortvalAT2000BD=quantvalmassaBD*qxAT2000BD
mortvalBREMSFBD=quantvalmassaBD*qxBREMSFBD
mortvalAT83BD=quantvalmassaBD*qxAT83BD
taxavalmassaBD=mortvalmassaBD/quantvalmassaBD
qxdamassaBD=((2*5*taxavalmassaBD)/(2+5*taxavalmassaBD)))
qxdamassaBD[17]=1
#O qxdamassa[17] foi ajustado para 1 porque ele, com o ajustamento de taxa#
#para probabilidade, ficou maior que 1#
#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não#
#tinham pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e#
#estão descritos na monografia com um - #

#####Testes Para Tábua BR-EMSub-2010m#####
###Cálculo do DQM###
DQM1=((qxBREMSMBD-qxdamassaBD)/qxdamassaBD)^2
DQM1
###Teste Qui-Quadrado###
qui=sum((mortvalmassaBD-mortvalBREMSMBD)^2/mortvalBREMSMBD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui,df=17,lower.tail=FALSE)
```

```
###Teste KS###
```

```
ks.test(qxdamassaBD,qxBREMSMBD,two.sided)
```

```
#####Testes Para Tábua AT-2000#####
```

```
###Cálculo do DQM###
```

```
DQM2=((qxAT2000BD-qxdamassaBD)/qxdamassaBD)^2
```

```
DQM2
```

```
###Teste Qui-Quadrado###
```

```
qui2=sum((mortvalmassaBD-mortvalAT2000BD)^2/mortvalAT2000BD)
```

```
#Cálculo da Estatística X2#
```

```
qui2
```

```
#Cálculo do p-valor#
```

```
pchisq(q=qui2,df=17,lower.tail=FALSE)
```

```
###Teste KS###
```

```
ks.test(qxdamassaBD,qxAT2000BD,two.sided)
```

```
#####Testes Para Tábua BR-EMSsb-2010f#####
```

```
###Cálculo do DQM###
```

```
DQM3=((qxBREMSFBD-qxdamassaBD)/qxdamassaBD)^2
```

```
DQM3
```

```
###Teste Qui-Quadrado###
```

```
qui3=sum((mortvalmassaBD-mortvalBREMSFBD)^2/mortvalBREMSFBD)
```

```
#Cálculo da Estatística X2#
```

```
qui3
```

```
#Cálculo do p-valor#
```

```
pchisq(q=qui3,df=17,lower.tail=FALSE)
```

```
###Teste KS###
```

```
ks.test(qxdamassaBD,qxBREMSFBD,two.sided)
```

```
#####Testes para AT-83#####
```

```
###Cálculo do DQM###
```

```
DQM4=((qxAT83BD-qxdamassaBD)/qxdamassaBD)^2
```

```
DQM4
```

```
###Teste Qui-Quadrado###
```

```
qui4=sum((mortvalmassaBD-mortvalAT83BD)^2/mortvalAT83BD)
```

```
#Cálculo da Estatística X2#
```

```
qui4
```

```
#Cálculo do p-valor#
```

```
pchisq(q=qui4,df=17,lower.tail=FALSE)
```


###Teste KS###

ks.test(qxdamassaBD,qxAT83BD,two.sided)

#####Mortalidade de Inválidos BD#####

quantinvBD=c(1, 7.6, 29.2, 56.4, 53.4, 56.2, 35.6, 26, 10.2, 5.4, 0.2)

mortinvmassaBD=c(0, 0, 0.4, 1.6, 2, 2, 1.2, 1.2, 0.8, 0.6, 0)

qixIAPCBD=c(0.0653, 0.0628, 0.0611, 0.0607, 0.0616, 0.0641, 0.0864, 0.1292, 0.1892, 0.2459, 0.35)

qixGRUPALAMERICANABD=c(0.086, 0.089, 0.096, 0.105, 0.105, 0.115, 0.115, 0.111, 0.141, 0.224, 0.398)

qixWINKLEVOSSBD=c(0.01633, 0.01924, 0.02395, 0.02881, 0.03663, 0.04695, 0.06056, 0.07841, 0.10171, 0.12524, 0.16219)

qixAT49BD=c(0.00319, 0.00525, 0.00884, 0.01246, 0.01820, 0.02719, 0.04177, 0.06522, 0.10244, 0.14671, 0.22719)

mortinvIAPCBD=quantinvBD*qixIAPCBD

mortinvGRUPALAMERICANABD=quantinvBD*qixGRUPALAMERICANABD

mortinvWINKLEVOSSBD=quantinvBD*qixWINKLEVOSSBD

mortinvAT49BD=quantinvBD*qixAT49BD

taxainvmassaBD=mortinvmassaBD/quantinvBD

qixdamassaBD=((2*5*taxainvmassaBD)/(2+5*taxainvmassaBD))

#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não#

#tinham pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e#

#estão descritos na monografia com um - #

#####Testes Para Tábua IAPC#####

###Cálculo do DQM###

DQM5=((qixIAPCBD-qixdamassaBD)/qixdamassaBD)^2

DQM5

###Teste Qui-Quadrado###

qui5=sum((mortinvmassaBD-mortinvIAPCBD)^2/mortinvIAPCBD)

#Cálculo da Estatística X2#

qui5

#Cálculo do p-valor#

pchisq(q=qui5,df=10,lower.tail=FALSE)

###Teste KS###

ks.test(qixdamassaBD,qixIAPCBD,two.sided)

#####Testes Para Tábua Grupal Americana#####

###Cálculo do DQM###

DQM6=((qixGRUPALAMERICANABD-qixdamassaBD)/qixdamassaBD)^2

```

DQM6
###Teste Qui-Quadrado###
qui6=sum((mortinvmassaBD-mortinvGRUPALAMERICANABD)^2/mortinvGRUPALAMERICANABD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui6
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui6,df=10,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaBD,qixGRUPALAMERICANABD,two.sided)

#####Testes Para Tábua WINKLEVOSS#####
###Cálculo do DQM###
DQM7=((qixWINKLEVOSSBD-qixdamassaBD)/qixdamassaBD)^2
DQM7
###Teste Qui-Quadrado###
qui7=sum((mortinvmassaBD-mortinvWINKLEVOSSBD)^2/mortinvWINKLEVOSSBD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui7
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui7,df=10,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaBD,qixWINKLEVOSSBD,two.sided)

#####Testes para Tábua AT-49#####
###Cálculo do DQM###
DQM8=((qixAT49BD-qixdamassaBD)/qixdamassaBD)^2
DQM8
###Teste Qui-Quadrado###
qui8=sum((mortinvmassaBD-mortinvAT49BD)^2/mortinvAT49BD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui8
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui8,df=10,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaBD,qixAT49BD,two.sided)

#####Entrada em Invalidez BD#####
quantativosBD=c(1, 2.2, 8.6, 16.4, 18.6, 3.8, 0.2)
entradainvmassaBD=c(0, 0, 0, 0.2, 0, 0, 0)
ixAVBD=c(0.000949, 0.001511, 0.002231, 0.003872, 0.007029, 0.011542, 0.031904)

```

```

ixIAPB57FORTEBD=c(0.0522, 0.0578, 0.0754, 0.0837, 0.0621, 0.059, 0.0712)
ixZimmermanEmprEscritBD=c(0.00352, 0.00779, 0.01213, 0.01923, 0.05434, 0.08293, 0.28856)
ixMercerDisabilityBD=c(0.00153, 0.00278, 0.0041, 0.00641, 0.01016, 1, 1)
entradainvAVBD=quantativosBD*ixAVBD
entradainvIAPB57FORTEBD=quantativosBD*ixIAPB57FORTEBD
entradainvZimmermanEmprEscritBD=quantativosBD*ixZimmermanEmprEscritBD
entradainvMercerDisabilityBD=quantativosBD*ixMercerDisabilityBD
taxamassaentradainvBD=entradainvmassaBD/quantativosBD
ixdamassaBD=((2*5*taxamassaentradainvBD)/(2+5*taxamassaentradainvBD))
#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não# tinham
pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e# #estão
descritos na monografia com um - #

```

```

#####Testes Para Tábua Álvaro Vindas#####

```

```

###Cálculo do DQM###

```

```

DQM9=((ixAVBD-ixdamassaBD)/ixdamassaBD)^2

```

```

DQM9

```

```

###Teste Qui-Quadrado###

```

```

qui9=sum((entradainvmassaBD-entradainvAVBD)^2/entradainvAVBD)

```

```

#Cálculo da Estatística X2#

```

```

qui9

```

```

#Cálculo do p-valor#

```

```

pchisq(q=qui9,df=6,lower.tail=FALSE)

```

```

###Teste KS###

```

```

ks.test(ixdamassaBD,ixAVBD,two.sided)

```

```

#####Teste Para Tábua IAPB-57 Forte#####

```

```

###Cálculo do DQM###

```

```

DQM10=((ixIAPB57FORTEBD-ixdamassaBD)/ixdamassaBD)^2

```

```

DQM10

```

```

###Teste Qui-Quadrado###

```

```

qui10=sum((entradainvmassaBD-entradainvIAPB57FORTEBD)^2/entradainvIAPB57FORTEBD)

```

```

#Cálculo da Estatística X2#

```

```

qui10

```

```

#Cálculo do p-valor#

```

```

pchisq(q=qui10,df=6,lower.tail=FALSE)

```

```

###Teste KS###

```

```

ks.test(ixdamassaBD,ixIAPB57FORTEBD,two.sided)

```

```

#####Teste Para Tábua Zimmerman Empr. Escrit.#####

```

###Cálculo do DQM###

$DQM11 = ((ixZimmermanEmprEscritBD - ixdamassaBD) / ixdamassaBD)^2$

DQM11

###Teste Qui-Quadrado###

$qui11 = \text{sum}((\text{entradainvmassaBD} -$

$\text{entradainvZimmermanEmprEscritBD})^2 / \text{entradainvZimmermanEmprEscritBD})$

#Cálculo da Estatística X2#

qui11

#Cálculo do p-valor#

$\text{pchisq}(q=qui11, df=6, \text{lower.tail}=\text{FALSE})$

###Teste KS###

$\text{ks.test}(ixdamassaBD, ixZimmermanEmprEscritBD, \text{two.sided})$

#####Testes para Tábua Mercer Disability#####

###Cálculo do DQM###

$DQM12 = ((ixMercerDisabilityBD - ixdamassaBD) / ixdamassaBD)^2$

DQM12

###Teste Qui-Quadrado###

$qui12 = \text{sum}((\text{entradainvmassaBD} - \text{entradainvMercerDisabilityBD})^2 / \text{entradainvMercerDisabilityBD})$

#Cálculo da Estatística X2#

qui12

#Cálculo do p-valor#

$\text{pchisq}(q=qui12, df=6, \text{lower.tail}=\text{FALSE})$

###Teste KS###

$\text{ks.test}(ixdamassaBD, ixMercerDisabilityBD, \text{two.sided})$

#####Mortalidade de Válidos CD#####

$\text{quantvalmassaCD} = c(18.6, 212, 564.2, 507.4, 318.4, 692.6, 1204.4, 1425, 791.6, 244.8, 58, 11.8, 2.2)$

$\text{mortvalmassaCD} = c(0, 0, 0, 0.4, 0.8, 2.4, 4.8, 10, 7.8, 2, 1.8, 0.2, 0.6)$

$\text{qxBREMSMCD} = c(0.00092, 0.00092, 0.00094, 0.00121, 0.00164, 0.00231, 0.00339, 0.00509,$
 $, 0.0078, 0.01107, 0.01893, 0.02719, 0.04289)$

$\text{qxAT2000CD} = c(0.00063, 0.00076, 0.00076, 0.00082, 0.00132, 0.00246, 0.00398, 0.00586, 0.00835,$
 $0.01219, 0.02339, 0.03469, 0.05625)$

$\text{qxBREMSFCD} = c(0.00029, 0.00032, 0.0004, 0.00054, 0.00077, 0.00112, 0.00169, 0.00271,$
 $0.00445, 0.00648, 0.01102, 0.01566, 0.02516)$

$\text{qxAT83CD} = c(0.00057, 0.00070, 0.00081, 0.00103, 0.00167, 0.00301, 0.00481, 0.00684, 0.00974,$
 $0.01420, 0.02613, 0.03863, 0.06279)$

$\text{mortvalBREMSMCD} = \text{quantvalmassaCD} * \text{qxBREMSMCD}$

$\text{mortvalAT2000CD} = \text{quantvalmassaCD} * \text{qxAT2000CD}$

```

mortvalBREMSFCD=quantvalmassaCD*qxBREMSFCD
mortvalAT83CD=quantvalmassaCD*qxAT83CD
taxavalmassaCD=mortvalmassaCD/quantvalmassaCD
qxdamassaCD=((2*5*taxavalmassaCD)/(2+5*taxavalmassaCD))
#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não#
#tinham pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e#
#estão descritos na monografia com um - #

```

```

#####Testes Para Tábua BR-EMSsb-2010m#####
###Cálculo do DQM###
DQM13=((qxBREMSMCD-qxdamassaCD)/qxdamassaCD)^2
DQM13
###Teste Qui-Quadrado###
qui13=sum((mortvalmassaCD-mortvalBREMSMCD)^2/mortvalBREMSMCD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui13
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui13,df=12,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qxdamassaCD,qxBREMSMCD,two.sided)

```

```

#####Testes Para Tábua AT-2000#####
###Cálculo do DQM###
DQM14=((qxAT2000CD-qxdamassaCD)/qxdamassaCD)^2
DQM14
###Teste Qui-Quadrado###
qui14=sum((mortvalmassaCD-mortvalAT2000CD)^2/mortvalAT2000CD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui14
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui14,df=12,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qxdamassaCD,qxAT2000CD,two.sided)

```

```

#####Testes Para Tábua BR-EMSsb-2010f#####
###Cálculo do DQM###
DQM15=((qxBREMSFCD-qxdamassaCD)/qxdamassaCD)^2
DQM15
###Teste Qui-Quadrado###
qui15=sum((mortvalmassaCD-mortvalBREMSFCD)^2/mortvalBREMSFCD)

```

```

#Cálculo da Estatística X2#
qui15
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui15,df=12,lower.tail=FALSE)
####Teste KS###
ks.test(qxdamassaCD,qxBREMSFCD,two.sided)

#####Testes Para Tábua AT-83#####
###Cálculo do DQM###
DQM16=((qxAT83CD-qxdamassaCD)/qxdamassaCD)^2
DQM16
###Teste Qui-Quadrado###
qui16=sum((mortvalmassaCD-mortvalAT83CD)^2/mortvalAT83CD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui16
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui16,df=12,lower.tail=FALSE)
####Teste KS###
ks.test(qxdamassaCD,qxAT83CD,two.sided)

#####Mortalidade de Inválidos CD#####
quantinvmassaCD=c(0.2, 0.2, 0.8, 4.4, 15.4, 15.6, 12, 10.4, 3.4)
mortinvmassaCD=c(0, 0, 0, 0.2, 0.2, 0, 0.2, 0, 0)
qixIAPCCD=c(0.0754, 0.0696, 0.066, 0.0628, 0.0613, 0.0607, 0.0616, 0.0641, 0.0807)
qixGRUPALAMERICANACD=c(0.09, 0.086, 0.086, 0.089, 0.094, 0.105, 0.105, 0.115, 0.115)
qixWINKLEVOSSCD=c(0.01141, 0.01351, 0.0157, 0.01924, 0.0229, 0.02881, 0.03663, 0.04695,
0.05754)
qixAT49CD=c(0.00130, 0.00187, 0.00280, 0.00525, 0.00804, 0.01246, 0.01820, 0.02719, 0.03827)
mortinvIAPCCD=quantinvmassaCD*qixIAPCCD
mortinvGRUPALAMERICANACD=quantinvmassaCD*qixGRUPALAMERICANACD
mortinvWINKLEVOSSCD=quantinvmassaCD*qixWINKLEVOSSCD
mortinvAT49CD=quantinvmassaCD*qixAT49CD
taxainvmassaCD=mortinvmassaCD/quantinvmassaCD
qixdamassaCD=((2*5*taxainvmassaCD)/(2+5*taxainvmassaCD))
#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não#
#tinham pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e#
#estão descritos na monografia com um - #

#####Testes Para Tábua IAPC#####
###Cálculo do DQM###

```

```

DQM17=((qixIAPCCD-qixdamassaCD)/qixdamassaCD)^2
DQM17
###Teste Qui-Quadrado###
qui17=sum((mortinvmassaCD-mortinvIAPCCD)^2/mortinvIAPCCD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui17
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui17,df=8,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaCD,qixIAPCCD,two.sided)

#####Testes Para Tábua Grupal Americana#####
###Cálculo do DQM###
DQM18=((qixGRUPALAMERICANACD-qixdamassaCD)/qixdamassaCD)^2
DQM18

###Teste Qui-Quadrado###
qui18=sum((mortinvmassaCD-mortinvGRUPALAMERICANACD)^2/mortinvGRUPALAMERICANACD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui18
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui18,df=8,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaCD,qixGRUPALAMERICANACD,two.sided)

#####Testes Para Tábua WINKLEVOSS#####
###Cálculo do DQM###
DQM19=((qixWINKLEVOSSCD-qixdamassaCD)/qixdamassaCD)^2
DQM19

###Teste Qui-Quadrado###
qui19=sum((mortinvmassaCD-mortinvWINKLEVOSSCD)^2/mortinvWINKLEVOSSCD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui19
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui19,df=8,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaCD,qixWINKLEVOSSCD,two.sided)

#####Testes Para Tábua AT-49#####

```

```

###Cálculo do DQM###
DQM20=((qixAT49CD-qixdamassaCD)/qixdamassaCD)^2
DQM20
###Teste do Qui-Quadrado###
qui20=sum((mortinvmassaCD-mortinvAT49CD)^2/mortinvAT49CD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui20
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui20,df=8,lower.tail=FALSE)
###Teste KS###
ks.test(qixdamassaCD,qixAT49CD,two.sided)

#####Entrada em Invalidez CD#####
quantativosCD=c(18, 211, 562.8, 504.2, 31 1.4, 673.8, 1171, 1274.4, 575.4, 149, 24, 6.4, 1.4)
entradainvmassaCD=c(0, 0, 0, 0, 0, 0.8, 1.8, 1.2, 0.2, 0.6, 0, 0, 0)
ixAVCD=c(0.00057, 0.000589, 0.000628, 0.000732, 0.000949, 0.001383, 0.002231, 0.003872,
0.007029, 0.011542, 0.024695, 0.046919, 0.078608)
ixIAPB57FORTECD=c(0.0665, 0.058, 0.055, 0.0527, 0.0522, 0.0543, 0.0754, 0.0837, 0.0621, 0.059,
0.065, 0.088, 0.1232)
ixZimmermanEmprEscritCD=c(0.0003, 0.00054, 0.00107, 0.00235, 0.00352, 0.00656, 0.01213,
0.01923, 0.05434, 0.08293, 0.22127, 0.44288, 0.92)
ixMercerDisabilityCD=c(0.00056, 0.00055, 0.00064, 0.00096, 0.00153, 0.00253, 0.0041, 0.00641,
0.01016, 1, 1, 1, 1)
entradainvAVCD=quantativosCD*ixAVCD
entradainvIAPB57FORTECD=quantativosCD*ixIAPB57FORTECD
entradainvZimmermanEmprEscritCD=quantativosCD*ixZimmermanEmprEscritCD
entradainvMercerDisabilityCD=quantativosCD*ixMercerDisabilityCD
taxamassaentradainvCD=entradainvmassaCD/quantativosCD
ixdamassaCD=((2*5*taxamassaentradainvCD)/(2+5*taxamassaentradainvCD))
#Quando não ocorreram falecimentos de válidos, inválidos ou entradas em invalidez, ou não#
#tinham pessoas no referido intervalo esses valores não foram colocados para efeito de cálculo e#
#estão descritos na monografia com um - #

#####Testes Para Tábua Álvaro Vindas#####
###Cálculo do DQM###
DQM21=((ixAVCD-ixdamassaCD)/ixdamassaCD)^2
DQM21
###Teste Qui-Quadrado###
qui21=sum((entradainvmassaCD-entradainvAVCD)^2/entradainvAVCD)

```



```

#Cálculo da Estatística X2#
qui21
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui21,df=12,lower.tail=FALSE)
####Teste KS###
ks.test(ixdamassaCD,ixAVCD,two.sided)

#####Testes Para Tábua IAPB-57 Forte#####
###Cálculo do DQM###
DQM22=((ixIAPB57FORTECD-ixdamassaCD)/ixdamassaCD)^2
DQM22
###Teste Qui-Quadrado###
qui22=sum((entradainvmassaCD-entradainvIAPB57FORTECD)^2/entradainvIAPB57FORTECD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui22
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui22,df=12,lower.tail=FALSE)
####Teste KS###
ks.test(ixdamassaCD,ixIAPB57FORTECD,two.sided)

#####Testes Para Tábua Zimmerman Empr. Escrit.#####
###Cálculo do DQM###
DQM23=((ixZimmermanEmprEscritCD-ixdamassaCD)/ixdamassaCD)^2
DQM23
###Teste Qui-Quadrado###
qui23=sum((entradainvmassaCD-entradainvZimmermanEmprEscritCD)^2/entradainvZimmermanEmprEscritCD)
#Cálculo da Estatística X2#
qui23
#Cálculo do p-valor#
pchisq(q=qui23,df=12,lower.tail=FALSE)
####Teste KS###
ks.test(ixdamassaCD,ixZimmermanEmprEscritCD,two.sided)

#####Testes Para Tábua Mercer Disability#####
###Cálculo do DQM###
DQM24=((ixMercerDisabilityCD-ixdamassaCD)/ixdamassaCD)^2
DQM24
###Teste Qui-Quadrado###
qui24=sum((entradainvmassaCD-entradainvMercerDisabilityCD)^2/entradainvMercerDisabilityCD)

```

```
#Cálculo da Estatística X2#  
qui24  
#Cálculo do p-valor#  
pchisq(q=qui24,df=12,lower.tail=FALSE)  
###Teste KS###  
ks.test(ixdamassaCD,ixMercerDisabilityCD,two.sided)
```